

**INSTITUT INTERNATIONAL DES
ASSURANCES**

(IIA)



**INSTITUT DE SCIENCE FINANCIÈRE ET
D'ASSURANCES**

(ISFA)



Mémoire de fin de cycle

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Actuariat

THEME :

**ANALYSE DU PROVISIONNEMENT DES SINISTRES
EN ASSURANCE NON-VIE DANS LA ZONE CIMA**

RÉDIGÉ PAR :

COULIBALY Malamba Jonathan

ENCADREURS :

Actuaire Hervé ODJO (Professionnel)

Dr. Siméon FOTSO (Académique)

PROMOTION: 1ère

ANNÉE : 2019-2021

DEDICACES

A Mon REDEMPTEUR, Mon SEIGNEUR, Mon SAUVEUR, A L'ETERNEL.

A Mon père,

A Ma Mère,

Et A Mon Frère,

Merci pour TOUT !

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier le Cabinet AROA PARTNERS de m'avoir accueillie et donné l'opportunité d'effectuer mon stage de fin d'études dans leur société.

Je tiens à remercier M. Hervé ODJO et M. Kodjo AGBE, associés du Cabinet AROA PARTNERS pour leur soutien et l'attention qu'ils ont pu porter à mon travail durant ce stage. Je les remercie de m'avoir suivie, conseillé et encouragé tout au long de l'élaboration de mon mémoire.

Je remercie ensuite M. Simeon FOTSO, mon tuteur académique pour ses conseils et sa disponibilité.

J'exprime également ma gratitude envers M. Eric MANIABLE et M. Louis Aimé FONON, mes enseignants, pour leurs conseils.

Mes pensées vont aussi à mes collègues du Cabinet que je remercie pour leur soutien et leurs encouragements tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Je voudrais également dire merci à mon aîné, ma grande-sœur, ma collègue Ines KADE pour son soutien et le temps qu'elle a pris pour relire à plusieurs reprises ce mémoire avant sa finalisation.

Enfin, je remercie tous mes proches et amis de promotion pour leurs précieux encouragements et leur soutien sans faille tout au long de ces deux ans de formation et tout particulièrement pendant la rédaction de ce mémoire

LISTE DES TABLES

Tableau 1: Triangle de liquidation des incréments X_{ij}	25
Tableau 2: Triangle des paiements cumulés C_{ij}	25
Tableau 3: Triangle de paiements cumulés RC auto et medical.....	47
Tableau 4: Facteurs de développement f_j du Tableau 3	47
Tableau 5: Triangle complétée	48
Tableau 6: Réserves Chain Ladder	48
Tableau 7: Primes par année d'accident	50
Tableau 8: Provisions Loss Ratio Simple	51
Tableau 9: Paramètres et provisions Bornhuetter-Ferguson	51
Tableau 10: Résumé Provisions Munich et Chain Ladder	55
Tableau 11 : Données réelles du portefeuille RC auto et medical	56
Tableau 12: Résumé des provisions de toutes les méthodes	57
Tableau 13: Loss Ratio réel	57

LISTE DES GRAPHIQUES

Figure 1: Vie d'un contrat d'assurance non-vie	8
Figure 2: Bilan sous Solvabilité 2	16
Figure 3: Part de la CIMA en Afrique (Source des données : Atlas Magazine, FANAF)	19
Figure 4: Part de la CIMA dans le Monde (Source des données : Atlas Magazine, FANAF)	19
Figure 5: Validation de l'hypothèse H1 de Chain Ladder	49
Figure 6: Validation de l'hypothèse H2 de Chain Ladder	50
Figure 7: Charges (CL,BF,LR) et diagonale (paiements dernière année)	52
Figure 8: Validation hypothèses Mack	53
Figure 9: Sortie R Mack Chain Ladder.....	54
Figure 10: Sortie R Munich Chain Ladder	54
Figure 11: Sortie R, comparaison Chain Ladder et Munich, Residus paiements cumulés et charges.....	55
Figure 12: Sortie R Bootstrap Chain Ladder Quantile 1%,Mediane,Quantile 99% des provisions.....	56
Figure 13: Sortie R Bootstrap Chain Ladder	56

RESUME

Le caractère particulier du métier d'assurance, qu'est l'inversion du cycle de production, fait naître tout naturellement une gestion rigoureuse et particulière au sein de ce métier. Dans cette gestion particulière, le provisionnement représente un élément très important. En effet, le provisionnement est un élément essentiel autant dans la rentabilité des compagnies d'assurances que dans leur survie. Une compagnie mal provisionnée a très peu de chances de survivre.

De nos jours avec l'évolution de la sphère économique et l'apparition de nouveaux risques, le cadre réglementaire mondial a également évolué et les assureurs du monde s'orientent vers de nouvelles réformes réglementaires favorisant l'utilisation de méthodes statistiques pour le calcul des provisionnements. Face à cela la CIMA¹ refuse de rester en marge et envisage de s'orienter vers une supervision basée sur les risques, ce qui sous-tend l'utilisation de méthodes statistiques pour une meilleure évaluation des provisions et du risque dans la zone.

Dans ce mémoire, il s'agira pour nous de montrer l'intérêt du provisionnement dans le métier de l'assurance, de situer le contexte réglementaire de la CIMA par rapport au contexte mondiale tout mettant en évidence l'importance d'un assainissement préalable avant l'adoption de ladite réforme, et enfin nous présenterons quelques méthodes statistiques de provisionnement que nous illustrerons par la suite.

Mots clés : Assurance, Provisions, Risk Based Supervision, Chain Ladder, Bornhuetter-Ferguson, Munich Chain Ladder.

¹ Conférence Interafricaine des Marchés de l'Assurance

ABSTRACT

The particular nature of the insurance business, which is the inversion of the production cycle, naturally gives rise to rigorous and specific management within this business. In this particular management, reserving represents a very important element. Indeed, the profitability of insurance companies depends on reserving. A poorly reserved company has very little chance of surviving.

Nowadays, with the evolution of the economic sphere and the appearance of new risks, the global regulatory framework has also moved on and the world's insurers are moving towards new regulatory reforms favoring the use of statistical methods for the calculation of provisions. Faced with this, CIMA refuses to remain on the sidelines and plans to move towards risk-based supervision, which implies the use of statistical methods for a better evaluation of reserves and risk in the zone.

In this paper, we will show the interest of reserving in the insurance business, situate the regulatory context of CIMA in relation to the global context while highlighting the importance of a reorganization before the adoption of the said reform, and finally we will present some statistical methods of reserving that we will illustrate later.

Key words: Insurance, Reserves, Risk Based Supervision, Chain Ladder, Bornhuetter-Ferguson, Munich Chain Ladder.

SOMMAIRE

DEDICACES.....	i
REMERCIEMENTS	ii
LISTE DES TABLES	iii
LISTE DES GRAPHIQUES	iv
ABSTRACT.....	vi
INTRODUCTION.....	1
PREMIERE PARTIE : PRESENTATION DU CABINET, ACTIVITE D'ASSURANCE, PROVISIONNEMENT DES SINISTRES, CONTEXTE REGLEMENTAIRE	3
CHAPITRE I : PRESENTATION DU CABINET ET ACTIVITE D'ASSURANCE	4
SECTION 1 : PRESENTATION DU CABINET AROA PARTNERS	4
SECTION 2 : ACTIVITE D'ASSURANCE	4
CHAPITRE II : PROVISIONNEMENT DES SINISTRES ET CONTEXTE REGLEMENTAIRE	8
SECTION 1 : LE PROVISIONNEMENT DES SINISTRES	8
SECTION 2 : CONTEXTE REGLEMENTAIRE	11
DEUXIEME PARTIE : LES METHODES STATISTIQUES DE PROVISIONNEMENT (APPROCHE MACRO) ET APPLICATION NUMERIQUE.....	23
CHAPITRE I : LES METHODES STATISTIQUES DE PROVISIONNEMENT (APPROCHE MACRO)	24
SECTION 1 : LES METHODES DETERMINISTES DE PROVISIONNEMENT	24
SECTION 2 : LES METHODES STOCHASTIQUES DE PROVISIONNEMENT	36
CHAPITRE II : APPLICATION NUMERIQUE	47
SECTION 1 : METHODES DETERMINISTES.....	47
SECTION 2 : METHODES STOCHASTIQUES	53
CONCLUSION	59
Bibliographie	62
TABLE DES MATIERES.....	63

INTRODUCTION

L'assurance est une activité commerciale qui diffère des autres activités commerciales courantes. En effet, elle se caractérise par une inversion du cycle de production : le produit (La couverture d'assurance) est vendu avant que l'on ne connaisse le coût définitif.

Ce caractère particulier fait naître impérativement une gestion particulière des ressources (primes collectées) en vue de permettre aux entreprises de faire face à leurs engagements futurs. Ainsi, la réglementation des assurances quel que soit le pays, impose à toute compagnie d'assurance, en dehors d'un montant minimum de fonds propres, de constituer des provisions en vue de faire face à d'éventuelles prestations.

Les provisions se définissent comme un ensemble de réserves que doivent constituer les assureurs afin de faire face à leurs engagements futurs. Elles constituent la « moelle épinière » de l'activité d'assurance car elles représentent une part très importante du passif des compagnies d'assurance. D'après une étude de Swiss Re (1), la principale cause d'insolvabilité des sociétés d'assurances américaines de 1969 à 2002 était liée à des pertes causées par des provisions mal estimées.

Aussi, Le métier de l'assurance se situe désormais dans un contexte très dynamique qui se justifie par plusieurs éléments notamment :

- L'orientation de la plupart des réglementations vers le *Risk Based Supervision (RBS)*
- L'entrée en vigueur de Solvabilité 2 en Europe, avec toutes les leçons qui en découlent
- La préparation des entreprises à une entrée en vigueur prochaine de la norme IFRS 17
- L'ambition de l'IAIS de mettre en place une norme réglementaire mondiale
- La recherche d'amélioration de l'efficacité économique des entreprises

Ce nouveau contexte impose une certaine rigueur dans la gestion des entreprises d'assurance notamment une meilleure évaluation des provisions.

La zone CIMA² ne peut rester en marge de ce contexte et envisage aussi de s'orienter vers une supervision basée sur le risque. Mais, il est important de signifier qu'au regard de la maturité du marché par rapport aux autres marchés, un assainissement s'impose afin de préparer un cadre approprié pour l'application de ce type de supervision. Il faudrait une préparation préalable, un assainissement de certaines pratiques sur le marché notamment le provisionnement vu la part prédominante des provisions dans le bilan des compagnies d'assurances. En effet, si les provisions sont mal évaluées, la survie même de la compagnie pourrait être mise en péril.

Au regard de tout ce qui précède, le Cabinet d'études et de conseil AROA PARTNERS s'est donné pour ambition de mettre en place un outil d'analyse des provisions basé sur plusieurs méthodes statistiques qui aidera les compagnies à mieux évaluer leurs provisions pour sinistres.

² Conférence Interafricaine des Marchés de l'Assurance

Si la création de cet outil est l'objectif principal qui motive le choix du thème sur les provisions pour sinistres en assurance Non-Vie, dans ce mémoire il s'agira pour nous d'analyser spécifiquement quelques méthodes de provisionnements statistiques tout en les implémentant.

Pour se faire, notre étude s'articulera autour de deux parties.

Dans un premier temps, il s'agira pour nous de présenter le cabinet, l'activité de l'assurance, de montrer l'intérêt du provisionnement en assurance et enfin de situer le contexte réglementaire de la CIMA par rapport au contexte réglementaire mondial (Première Partie) ;

Dans un second temps, nous présenterons, tout en les critiquant quelques méthodes statistiques de provisionnement des sinistres selon l'approche macro et nous les illustrerons sur des données (Deuxième Partie).

PREMIERE PARTIE : PRESENTATION DU CABINET, ACTIVITE D'ASSURANCE, PROVISIONNEMENT DES SINISTRES, CONTEXTE REGLEMENTAIRE

Dans cette partie, nous présenterons l'activité d'assurance, montrerons l'intérêt du provisionnement des sinistres et nous situerons le contexte réglementaire de la CIMA par rapport au contexte réglementaire mondial, mais bien avant nous présentons le Cabinet.

CHAPITRE I : PRESENTATION DU CABINET ET ACTIVITE D'ASSURANCE

Dans ce chapitre nous présenterons brièvement le Cabinet AROA PARTNERS ainsi que l'activité d'assurance.

SECTION 1 : PRESENTATION DU CABINET AROA PARTNERS

C'est en 2016 que HERVE ODJO et AGBE KODJO, deux actuaires chevronnés totalisant chacun plus de 20 ans d'expérience dans le domaine de l'Actuariat, de l'Assurance et de la Finance, atterrissent sur les bords de la lagune Ebrié (Abidjan) pour fonder le cabinet AROA PARTNERS.

Le cabinet AROA PARTNERS est un cabinet spécialisé en Finance, Assurance, Actuariat, Organisation, Innovation et dans les domaines Juridiques. Né de l'ambition des fondateurs de constituer un pôle d'experts capables d'offrir aux acteurs du marché des solutions à haute valeur ajoutée et en adéquation avec leurs problématiques.

SECTION 2 : ACTIVITE D'ASSURANCE

I- HISTORIQUE

L'assurance ne date pas d'hier, elle a toujours existé. En effet, c'est une évolution de l'entraide qui a toujours existé entre les Hommes, une forme de mutualité. C'est en 1700 avant Jésus-Christ à Babylone que la première notion d'assurance apparaît. La notion d'assurance se formalise davantage vers 1400 avant Jésus-Christ où les tailleurs de pierre contribuent à un fonds destiné à leur venir en aide en cas d'accident, puis vers 520 avant Jésus-Christ avec le prêt à la grosse aventure. Le premier type de contrat que l'on connaissait était une assurance au dernier survivant appelé encore Tontine. Il s'agissait plus particulièrement d'un contrat moral permettant d'aider généralement financièrement la dernière personne survivante d'un groupe. La première compagnie d'assurance décès (ou vie) semble être italienne et date des années 1500. L'assurance incendie est intervenue bien plus tard. Elle remonte à l'incendie de LONDRES en 1666 (plus de 13000 bâtiments détruits).

II- CONTRAT D'ASSURANCE

Juridiquement, le contrat d'assurance est le contrat par lequel une personne appelée souscripteur, se fait promettre par une autre personne appelée assureur, la garantie d'un risque encouru, moyennant le paiement d'une somme d'argent appelée prime ou cotisation. Ce contrat a pour objet de prémunir le souscripteur contre les événements inattendus.

Techniquement, L'assurance est l'opération par laquelle un assureur organise en mutualité une multitude d'assurés, à la réalisation de risques déterminés, et indemnise ceux d'entre eux qui subissent un sinistre grâce à la masse commune des primes collectées.

Economiquement, l'assurance est un produit commercialisé par les entreprises d'assurance, sous la forme d'un package de garanties, souvent à prendre ou à laisser (contrat d'adhésion). Il s'agit également d'un produit purement juridique, puisqu'il n'est constitué que des seules obligations prises par l'assureur. L'assurance est un moyen de couvrir les conséquences financières des risques qui ne peuvent être éliminés par les mesures de prévention.

De ces trois aspects il en ressort les caractéristiques de l'assurance qui sont les suivantes :

- **Aléatoire** : L'événement qui déclenche la prestation de l'assureur doit obéir aux trois caractéristiques suivantes : il doit être futur, incertain et indépendant de la volonté de l'assuré.
- **Consensuel** : Conclu dès le moment où intervient l'accord des parties.
- **Synallagmatique** : Ou bilatéral car il fait naître des obligations réciproques à la charge des deux parties.
- **Onéreux** : L'assureur n'intervient en cas de réalisation du risque garanti qu'en contrepartie d'une prime ou cotisation versée par l'assuré.
- **Successif** : Ou à exécution successive c'est-à-dire que l'assuré et l'assureur s'engagent pour une certaine durée, le contrat d'assurance s'échelonne par définition dans le temps et est donc à exécution successive.
- **De bonne foi** : Le contrat d'assurance est par définition un contrat de bonne foi, puisqu'il impose aux deux parties contractantes de faire preuve de transparence l'une vis-à-vis de l'autre.

Les intervenants dans un contrat d'assurance :

- **Le souscripteur** : C'est la personne qui « prend l'assurance » ; elle est la partie au contrat d'assurance qui s'engage au paiement des primes

- **L'assuré** : C'est celui dont la personne ou les biens sont garantis par le contrat d'assurance.
- **Le bénéficiaire** : C'est la personne (physique ou morale) qui bénéficie de la prestation en cas de réalisation du risque assuré.

III- CATEGORIE D'ASSURANCES

Selon la nature juridique, on distingue les assurances dommages des assurances de personnes :

- Les assurances de personnes sont des assurances qui ont pour but de garantir la personne dans son intégrité physique, dans l'éventualité d'un décès ou dans ses chances de survie.

Elles s'opposent aux assurances dites assurances dommages dont l'objectif est de garantir les biens de l'assuré et les dommages qu'il pourrait causer à autrui.

Les assurances de personnes se subdivisent principalement en trois classes :

- Les assurances contre les accidents corporels (ou assurance individuelle accident) ;
 - L'assurance maladie ;
 - L'assurance sur la vie.
- Les deux premiers types d'assurance de personnes garantissent la personne dans son intégrité physique. Le dernier type garantit la personne dans ses chances de survie ou dans l'éventualité d'un décès.

Quant aux assurances dommages, elles se subdivisent en :

- Assurances de choses ;
- Assurances de Responsabilité Civile (RC).

IV- LES BRANCHES D'ASSURANCE

L'assurance non-vie est gérée en répartition de manière générale mais pour une gestion optimale des risques elle est subdivisée en plusieurs branches. Ci-après nous présenterons brièvement les branches définies par le code (2) en son *Article 328* intitulé « **Branches** » (nous prendrons le soin de présenter la CIMA dans la suite) :

- 1°) Accidents (y compris les accidents de travail et les maladies professionnelles)
- 2°) Maladie
- 3°) Corps de véhicules terrestres (autres que ferroviaires)

- 4°) Corps de véhicules ferroviaires
- 5°) Corps de véhicules aériens
- 6°) Corps de véhicules maritimes, lacustres et fluviaux
- 7°) Marchandises transportées (y compris les marchandises, bagages et tous autres biens)
- 8°) Incendie et éléments naturels
- 9°) Autres dommages aux biens
- 10°) Responsabilité civile véhicules terrestres automoteurs
- 11°) Responsabilité civile véhicules aériens
- 12°) Responsabilité civile véhicules maritimes, lacustres et fluviaux
- 13°) Responsabilité civile générale
- 14°) Crédit
- 15°) Caution
- 16°) Pertes pécuniaires diverses
- 17°) Protection juridique
- 18°) Assistance

CHAPITRE II : PROVISIONNEMENT DES SINISTRES ET CONTEXTE REGLEMENTAIRE

Dans ce chapitre nous définirons le provisionnement des sinistres, nous montrerons son intérêt dans l'activité d'assurance et nous situerons le contexte réglementaire de la zone CIMA par rapport au contexte mondial.

SECTION 1 : LE PROVISIONNEMENT DES SINISTRES

I- PRINCIPE

Le provisionnement est une pratique très courante en assurance, Même s'il arrive qu'on la retrouve dans d'autres secteurs d'activités. Toutefois, en assurance elle constitue la pierre angulaire. Elle consiste à mettre de l'argent de côté (Provisionner) en vue de faire face à certaines charges futures probables. Il existe différents types de provisions en fonction de la catégorie d'assurance où l'on se trouve et aussi de la réglementation à laquelle on est soumis. En assurance, elle tire essentiellement sa raison d'être de la caractéristique principale du métier de l'assurance qui est le cycle d'inversion de production.

Il convient également de préciser qu'en dehors du respect simple de la réglementation ; les provisions ont impact sur la tarification, sur l'appréciation de la situation financière et de la valeur créée par la compagnie.

Afin de bien comprendre, la raison d'être du provisionnement en assurance non-vie, il est essentiel de rappeler comme ci-après, que même si un contrat d'assurance a une durée de couverture limitée (par exemple 1 an), la relation entre l'assureur et l'assuré ou le bénéficiaire de l'assurance peut être d'une durée nettement plus importante. Cette relation pourrait durer des décennies, en fonction des risques en présence. Ainsi, le graphique ci-dessous illustre la vie complète d'un contrat d'assurance :

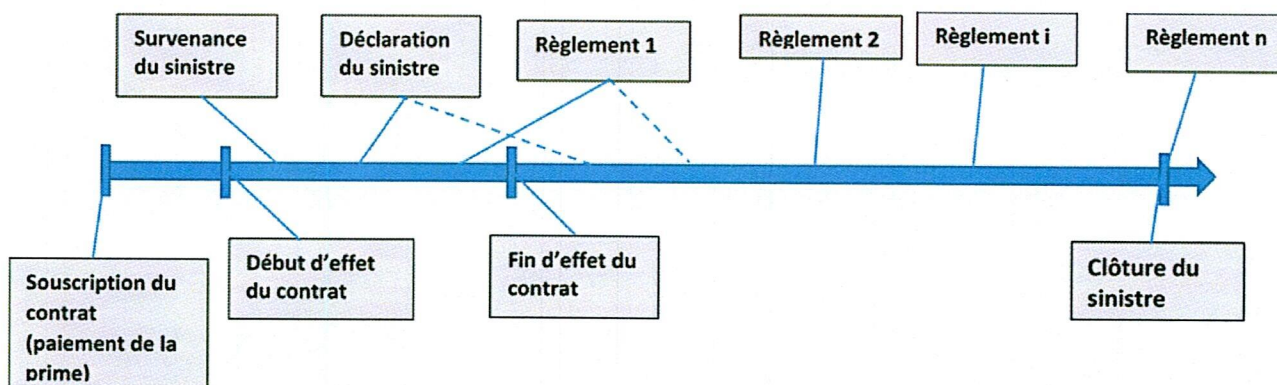


Figure 1: Vie d'un contrat d'assurance non-vie

De ce graphique, il ressort la nécessité pour l'assureur d'être en capacité à tout moment de cette relation d'évaluer les règlements futurs à effectuer, sachant que ces règlements sont sujets à des éléments endogènes et exogènes pouvant influencer sur les montants en jeu : c'est la raison d'être du provisionnement. Il faut tout de même préciser que le provisionnement a des exigences.

II- EXIGENCE DE DONNEES SUFFISANTES ET DE QUALITE

En effet, avant même de songer à appliquer les modèles propres aux provisionnements des sinistres, la problématique concernant la disponibilité et la qualité des données doit être sérieusement traitée sinon tous ces modèles ne pourront jamais être appliqués convenablement.

Comme nous l'avons déjà dit en introduction : « *Le provisionnement est un art* ». La réalisation de tout œuvre d'art se fait à l'aide d'outils fiables et de matière de qualité. Pour ce qui est du provisionnement l'une des matières importantes est la « *donnée* ». En effet, un bon provisionnement passe inéluctable par une disponibilité et une bonne manipulation de données fiables et de qualité.

La disponibilité des données dépend essentiellement d'une bonne gestion des informations par les entreprises. Pour que les données soient disponibles et de qualité, un processus de gestion des informations doit être mis en place au sein des compagnies d'assurance. Ce système proposerait par exemple :

- Une documentation claire concernant l'enregistrement des informations et leur conservation,
- Un outil informatique de gestion et de suivi des données,
- Une sensibilisation sur l'importance de la disponibilité des données et de leur qualité.

Une fois les données disponibles, il faudrait s'assurer de leur qualité. L'évaluation de la qualité des données doit tenir compte de la qualité et de la performance des canaux utilisés pour collecter, stocker, traiter et transmettre les données.

Pour assurer la qualité des données, les étapes suivantes doivent être entreprises par les utilisateurs des données, à des fréquences conditionnées par le calcul des provisions techniques :

- Effectuer l'évaluation de l'importance des données : A cette étape les entreprises devront veiller à ce que la taille des données nécessaire pour le provisionnement soit suffisante
- Effectuer l'évaluation de la qualité des données : Cette évaluation pourrait se faire sur la base de certains critères de qualité proposés par l'entreprise.

III- CONNAISSANCE PARFAITE DE L'ECOSYSTEME DU PROVISIONNEMENT

Le gestionnaire des sinistres ou l'actuaire chargé d'évaluer les provisions des sinistres doit avoir une connaissance du milieu des assurances plus particulièrement tous les facteurs qui rentrent en ligne de compte dans le cadre du provisionnement. Ces facteurs peuvent être internes et externes. Ci-après nous présentons quelques facteurs internes et externes qui pourraient influencer la qualité et la stabilité des données :

Facteurs internes

- Compréhension des risques concernés et des principales clauses dans les contrats
- Historique du portefeuille et évolution
- Politique de souscription
- Politique de tarification des risques
- Politique de gestion des sinistres
- Système de gestion

Facteurs externes

- Pratiques de marché et évolution
- Cycle économique et d'assurance
- Evolution de la sinistralité du marché (fréquence Coût)
- Evolutions réglementaires, comptables, sociales et jurisprudentielles
- Changements dans l'inflation des montants de sinistre, etc.

IV- PRINCIPALES ETAPES DU PROVISIONNEMENT

Nous proposons pour une meilleure évaluation du provisionnement les étapes suivantes :

- Prise de connaissance de l'environnement
- Compréhension des principaux changements
- Constitution des données
- Réconciliation des données avec d'autres sources fiables (comptabilité, Production, ...)
- Explication sur les évolutions observées
- Calcul des provisions
- Validation des résultats
- Analyse des impacts financiers
- Présentation des résultats

SECTION 2 : CONTEXTE REGLEMENTAIRE

L'évolution de la sphère économique (concurrence accrue, crises financières, nouveaux risques,...) dans laquelle exercent les compagnies d'assurance a rendu nécessaire l'évolution des normes réglementaires qui existaient auparavant :

- Le respect des Principes de Base de l'Assurance (PBA ou ICP en anglais) édicté par l'IAIS, ainsi que l'adoption d'un contrôle *principle-based* (basé sur les principes) plutôt que *rule-based* (basé sur les règles)
- Passage d'une Supervision basée sur le capital à une supervision basée sur le risque (*Risk Based Supervision*)
- Passage de IFRS 4 à IFRS 17

I- CONTEXTE REGLEMENTAIRE MONDIAL

A- LES RECOMMANDATIONS DE L'IAIS (INTERNATIONAL ASSOCIATION OF INSURANCE SUPERVISORS)

L'IAIS (International Association of Insurance Supervisors) est une organisation de membres volontaires de superviseurs d'assurance de plus de 190 juridictions, constituant 97% des primes d'assurance mondiales. C'est l'organisme international de normalisation pour le secteur des assurances. L'IAIS a été créée en 1994 et fonctionne comme un club, un type d'organisation à but non lucratif en vertu du droit civil suisse.

La mission de l'IAIS est de promouvoir une surveillance efficace et cohérente de l'industrie de l'assurance à l'échelle mondiale afin de développer et de maintenir des marchés de l'assurance équitables, sûrs et stables au profit et à la protection des souscripteurs et de contribuer au maintien de la stabilité financière mondiale.

L'IAIS a défini des normes (PBA : Principes de Base d'assurance ou ICP : Insurance Core Principles) sur lesquelles toute autorité de contrôle pourrait s'appuyer pour promouvoir des réformes dans sa zone :

- PBA 1 : Objectifs, pouvoirs et responsabilités du contrôleur
- PBA 2 : Le contrôleur
- PBA 3 : Échanges d'informations et règles de confidentialité
- PBA 4 : Agréments
- PBA 5 : Aptitude des personnes
- PBA 6 : Modifications de contrôle et transferts de portefeuille
- PBA 7 : Gouvernance d'entreprise
- PBA 8 : Gestion des risques et contrôles internes
- PBA 9 : Contrôle prudentiel et reporting
- PBA 10 : Mesures préventives et correctives

- PBA 11 : Mise en œuvre des mesures
- PBA 12 : Liquidation et sortie du marché – devient, Sortie du marché et Résolution
- PBA 13 : Réassurance et autres formes de transfert des risques
- PBA 14 : Valorisation au bilan
- PBA 15 : Placements
- PBA 16 : Gestion du risque d'entreprise à des fins de solvabilité
- PBA 17 : Suffisance des fonds propres
- PBA 18 : Intermédiaires
- PBA 19 : Pratiques commerciales
- PBA 20 : Information du public
- PBA 21 : Lutte contre la fraude dans l'assurance
- PBA 22 : Lutte contre le blanchiment des capitaux et le financement du terrorisme
- PBA 23 : Contrôle des groupes
- PBA 24 : Surveillance macro prudentielle et contrôle d'assurance
- PBA 25 : Coopération et coordination entre contrôleurs
- PBA 26 : Coopération et coordination transfrontalières dans la gestion des crises

Nous nous intéressons au *PBA 14* qui est la **valorisation du bilan** :

Principe

Le superviseur établit des critères d'évaluation des actifs et des passifs aux fins de la solvabilité.

Quelques Normes

- ❖ *L'évaluation des actifs et des passifs est effectuée sur des bases cohérentes* : Cette cohérence doit s'appliquer à l'ensemble des actifs et des passifs, et s'étendre à l'ensemble des assureurs et des périodes afin de permettre la comparabilité. Ainsi, les différences de valeurs des actifs et des passifs pourront s'expliquer par les différences de nature des flux de trésorerie, et non pas par les différences de méthodologie ou d'hypothèses. Les exigences en fonds propres réglementaires sont notamment déterminées en utilisant un traitement cohérent pour l'évaluation des actifs et des passifs.
- ❖ *L'évaluation des actifs et des passifs est effectuée de manière fiable, utile à la décision et transparente.*
- ❖ *L'évaluation des actifs et des passifs est une évaluation économique.*
- ❖ *Une évaluation économique des actifs et des passifs reflète les valeurs actualisées ajustées du risque de leurs flux de trésorerie.*
- ❖ *L'estimation actuelle reflète la valeur actuelle attendue de tous les flux de trésorerie futurs pertinents résultant de l'exécution des obligations d'assurance, en utilisant des hypothèses non biaisées et actuelles.*

- ❖ *L'évaluation des provisions techniques tient compte de la valeur temps de l'argent. Le contrôleur établit des critères pour la détermination des taux appropriés à utiliser pour l'actualisation des provisions techniques.*
- ❖ *Le contrôleur requiert que l'évaluation des provisions techniques prenne en compte les options et garanties incorporées.*

L'IAIS recommande également un contrôle *principe-based* (basé sur les principes) plutôt que *rule-based* (basé sur les règles) : Un contrôle qui doit être proportionné aux risques, et s'exercer dans l'intérêt des assurés (et non dans « l'intérêt du règlement »).

B- RISK BASED SUPERVISION (3)

Au regard de l'évolution de l'environnement économique et de l'apparition de nouveaux risques, l'IAIS propose une nouvelle approche de surveillance : le *Risk Based Supervision* (Supervision basée sur le risque).

Un cadre de surveillance basé sur le risque est un processus structuré visant à identifier les risques les plus critiques auxquels est confrontée chaque compagnie d'assurance et, par le biais d'un examen ciblé par le superviseur, à évaluer la gestion des risques par la compagnie, ainsi que la vulnérabilité financière de la compagnie face à d'éventuelles expériences négatives.

Il est important de noter qu'il n'existe pas d'approche unique pour l'application du *Risk Based Supervision* (RBS). Dans cette approche, chaque superviseur devra prendre en compte les caractéristiques de son marché, y compris les réglementations existantes, et trouver un équilibre entre le besoin de ressources et les compétences et capacités disponibles. Les questions clés à prendre en compte lors du développement d'un cadre RBS qui fonctionne pour les marchés d'assurance inclusifs sont les suivantes :

- Quels risques pour les assureurs, les clients ou les objectifs de surveillance sont posés par une situation particulière ?
- Quelles sont les probabilités que le risque se réalise, et les conséquences s'il se réalise ?
- Quelles sont les alternatives ?
- Quels sont les coûts et les avantages de chaque alternative ?
- Quelle alternative offre le coût le plus bas tout en atténuant les risques ?

En somme, pour une mise en place adéquate d'une approche RBS, le superviseur (le régulateur) devrait se poser les bonnes questions et s'assurer qu'il a les compétences nécessaires pour le faire.

Plusieurs pays comme le Burundi, l'Albanie, le Kenya et les Philippines ont déjà mis en place cette approche et les expériences qui en ressortent montrent que même si l'introduction et la mise en œuvre du RBS peuvent présenter des difficultés, les autorités de surveillance peuvent développer et appliquer le cadre du RBS d'une manière qui tienne compte des contraintes de capacité et des problèmes de ressources existant sur leurs marchés respectifs.

C- SOLVABILITE 2

Solvabilité 2, est le régime de supervision actuellement en vigueur en Europe, à la suite d'une réforme réglementaire européenne. Dans un contexte où nous assistons à une redéfinition de la marge de solvabilité en fonction des risques pour l'ensemble des risques financiers, *Solvabilité 1* qui prévoyait une marge de solvabilité déterminée en fonction de pourcentages sur les primes et les sinistres, semble ne plus être adaptée.

Solvabilité 2 qui s'est inspiré en partie de la réglementation Bancaire *BALE II* inclut est sans doute une mise en œuvre des recommandations de l'IAIS :

- Approche fondée sur les principes (*Principle-Based*) plutôt que sur les règles (*rule-Based*)
- Meilleure adaptation des exigences de capital et des pratiques de contrôle au profil de risque (*risk-based*)
- Vision « économique » du bilan prudentiel => passage d'une vision comptable à une vision « cash »
- Renforcement de la gouvernance et de la gestion des risques
- Amélioration du contrôle des groupes (collèges de superviseurs)
- Harmonisation européenne des normes et pratiques de contrôle (*level-playing field*)
- Principe de proportionnalité

Cette réforme repose sur 3 piliers :

Pilier 1 : Exigences quantitatives

Ce pilier a pour objectif de définir les normes quantitatives de calcul des provisions techniques qui sont désormais évaluées au « *Best Estimate* » avec la constitution d'une marge de risque, et des fonds propres dont le SCR (*Solvency Capital Requirement*) et le MCR (*Minimum Capital Requirement*).

- Provisions techniques

Les provisions techniques doivent permettre à l'entreprise d'honorer ses obligations envers les assurés et les bénéficiaires. Les provisions techniques ne sont plus évaluées selon le principe de prudence comme dans *Solvabilité I* mais elles sont dorénavant évaluées au montant auxquelles elles pourraient être transférées ou réglées entre des parties informées et consentantes dans des conditions de concurrence normales. Elles doivent être calculées au plus juste, même en cas de fortes incertitudes sur la réalisation du risque. Les provisions sont évaluées au « *Best Estimate* » avec la constitution d'une « *marge de risque* » par l'assureur.

- **Provisions « Best Estimate » de Sinistres**

Les provisions « *Best estimate* » représentent l'engagement de l'assureur concernant les sinistres déjà survenus à la date d'arrêté. Cet engagement est composé de tous les flux à venir relatifs à ces sinistres, c'est-à-dire les règlements, les frais de gestion des sinistres et les recours. Ainsi, le calcul des provisions « *Best Estimate* » se fait sans marge de prudence et en actualisant les flux futurs au taux sans risque. Cette manière d'évaluer les provisions impose l'utilisation de modèles plus adaptée de provisionnement comme les modèles stochastiques.

- **Marge de risque**

La marge de risque se définit comme étant le coût du capital permettant de couvrir tous les SCR successifs jusqu'à extinction des passifs. Elle s'interprète également comme le montant à ajouter à la meilleure estimation, pour qu'une entreprise agréée pour pratiquer les opérations d'assurance, accepte de reprendre et honorer les engagements d'un autre assureur jusqu'à leur extinction.

Le paragraphe suivant est un extrait de l'article 77, alinéa 5 du code des assurances Français. Il résume comment doit être calculée la marge de risque :

« Les entreprises d'assurance et de réassurance calculent la marge de risque en déterminant le cout que représente la mobilisation d'un montant de fonds propres éligibles égal au capital de solvabilité requis nécessaire pour faire face aux engagements d'assurance et de réassurance pendant toute la durée de ceux-ci ».

- **Exigences de capital**

Sous Solvabilité 2 le capital réglementaire ainsi que le niveau de fonds propres à constituer par les compagnies d'assurance et de réassurance sont calculés en fonction des risques pris et non de manière forfaitaire (Sous Solvabilité 1).

MCR (Minimum Capital Requirement) : C'est le Capital requis pour exercer l'activité d'assurance. Il est calculé à partir de formules factorielles en distinguant les activités Vie et Non Vie. Il ne peut être inférieur à 25 % du SCR sans excéder 45 % du SCR.

SCR (Solvency Capital Requirement) : Correspond au capital exigible pour faire face à une situation de ruine à horizon 1 an dans 99,5 % des cas (équivalent *Value-at-risk* à 99,5% à 1 an), n'est pas forfaitaire comme en solvabilité 1 et prend en compte le profil de risque de la compagnie car une chose importante à signifier est que les exigences de capital dans Solvabilité 2 dépendent du passif de chaque entreprise.

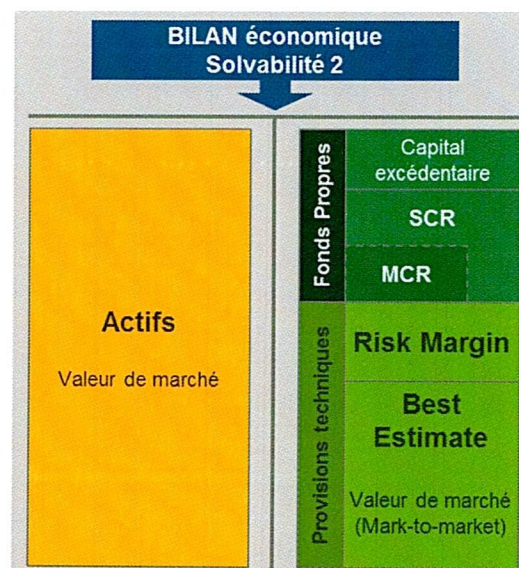


Figure 2: Bilan sous Solvabilité 2

Pilier 2 : Exigences qualitatives et Gouvernance

Le pilier 1 permet à l'entreprise d'avoir une solvabilité solide. Elle est axée essentiellement sur les exigences quantitatives. Toutefois cela ne suffit pas, pour offrir une image totalement saine de l'entreprise. En effet, la survie d'une compagnie de nos jours dépend également de la façon dont elle est pilotée c'est-à-dire son mode de gouvernance et sa capacité à faire face aux risques qui ne sont pas liés directement à son métier notamment les risques opérationnels. Ce pilier traite de la gestion des risques de manière plus fine et offre une vision au-delà de l'horizon d'un an. Nous voulons préciser qu'une mauvaise gestion des risques opérationnels et une mauvaise gouvernance peuvent impacter négativement l'évaluation des provisions car l'évaluation des provisions est sensible aux changements de méthodes de gestion des sinistres.

Pilier 3 : Reporting & Information du public

Si les deux piliers ont pour objectif d'assurer la survie des entreprises par la mise en place d'une solvabilité solide et d'une gestion rigoureuse de l'entreprise, ce pilier en revanche a pour objectif d'assurer la transparence vis-à-vis du public en faisant un reporting détaillé à l'autorité de contrôle ainsi qu'à l'endroit des assurés et du marché financier. Pour ce qui est du marché financier il existe une autre exigence de reporting pour les entreprises cotées : IFRS 17.

D- IFRS 17

L'évolution de l'environnement économique auquel nous assistons tend peu à peu à instaurer progressivement un cadre universel dans lequel chaque pays devra s'inscrire pour une harmonisation financière mondiale. IFRS 17 en est un bel exemple. IFRS 17 est une norme comptable internationale destinée aux contrats d'assurance, elle vient remplacer IFRS 4 qui avait succédé à IAS. Elle s'applique uniquement aux compagnies d'assurance et de réassurance qui sont cotées en bourse.

Quelques objectifs principaux de cette norme sont :

- ✓ *Faciliter la comparaison entre le bilan des différentes compagnies*
- ✓ *Corriger l'inadéquation entre les règles de valorisation de l'actif et celles du passif de l'assureur*

IFRS 17 vise en premier lieu à corriger cette inadéquation et propose une évaluation des provisions techniques plus économique et en cohérence avec l'évaluation de l'actif.

Les recommandations de IAIS, le *Risk Based Supervision*, Solvabilité 2, et IFRS 17 mettent en évidence la volonté des acteurs du monde de l'assurance à créer un cadre approprié et inclusif pour les compagnies d'assurance de réassurance. De nombreux marchés ont déjà adoptés ces recommandations et ces normes, mais qu'en est-il du marché de la zone CIMA ?

II- LE MARCHE DE LA ZONE CIMA

La Conférence Interafricaine des Marchés de l'Assurance (CIMA), organisme communautaire du secteur des assurances est issu de l'évolution de la CICA (Conférence internationale des contrôles d'assurances) qui elle est née le 17 juillet 1962 à Paris entre la France d'une part et quatorze Etats africains et Malgache d'autre part.

C'est à Yaoundé le 10 juillet 1992 que la CIMA succède à la CICA, le traité est signé par 14 pays dont le Bénin, le Burkina Faso, le Cameroun, La Centrafrique, le Congo, le Comores, la Côte d'Ivoire, le Gabon, la Guinée Bissau, Guinée équatoriale, Mali, Niger, Sénégal, le Tchad et le Togo. Parmi ces 14 Etats seulement le Comores n'a pas ratifié le traité.

A- PRINCIPAUX OBJECTIFS DE LA CIMA

Le traité fixe les principaux objectifs de la CIMA, à savoir :

- ✓ Renforcer la coopération dans le domaine des assurances dans les Etats membres ;
- ✓ Faciliter les conditions d'un développement et d'un assainissement des entreprises d'assurances ;

- ✓ Favoriser l'investissement local des provisions techniques générées par les opérations d'assurances au profit de l'économie nationale ou sous régionale ;
- ✓ Poursuivre la politique d'harmonisation et d'unification des dispositions législatives et réglementaires relatives aux opérations d'assurances ;
- ✓ Poursuivre la formation des cadres et techniciens d'assurances.

B- ORGANES DE LA CIMA

- ❖ **Conseil des Ministres des Assurances (CMA)** : C'est l'organe directeur de la conférence. Il assure la réalisation des objectifs fixés par le traité
- ❖ **Secrétariat Général** : Il est désigné par le CMA pour une durée de 5 ans renouvelable une fois, et concourt à la réalisation des objectifs du traité.
- ❖ **Commission Régionale de Contrôle des Assurances (CRCA)** : La CRCA est l'organe régulateur de la conférence. Elle est chargée du contrôle des sociétés d'assurances. Elle assure la surveillance et concourt à l'organisation des marchés nationaux.
- ❖ **Direction Nationale des Assurances (DNA)** : Les Directions nationales des assurances, organisées par les Etats membres, servent de relais à l'action de la Commission dans les Etats membres.
- ❖ **Directions Nationale des Assurances (DNA)** : Les Directions nationales des assurances, organisées par les Etats membres, servent de relais à l'action de la Commission dans les Etats membres, elles assurent le respect de l'application de la réglementation.

C- LA CIMA VU DANS LE MONDE

En 2017, La CIMA représentait près de 2.96% du marché Africain qui est dominé par l'Afrique du Sud avec près de 72% des parts de ce marché. Toujours en 2017, Elle représentait aussi environ 0,04% du marché mondial des assurances qui lui est dominé par les Etats Unis qui possède près de 29% du marché mondial. Or nous le rappelons, la CIMA est composée de 13 pays. Cette faible part continentale et mondial que nous observons à travers les graphes ci-après, malgré le nombre de pays qu'elle compose, pourrait traduire une faible maturité dans cette zone.

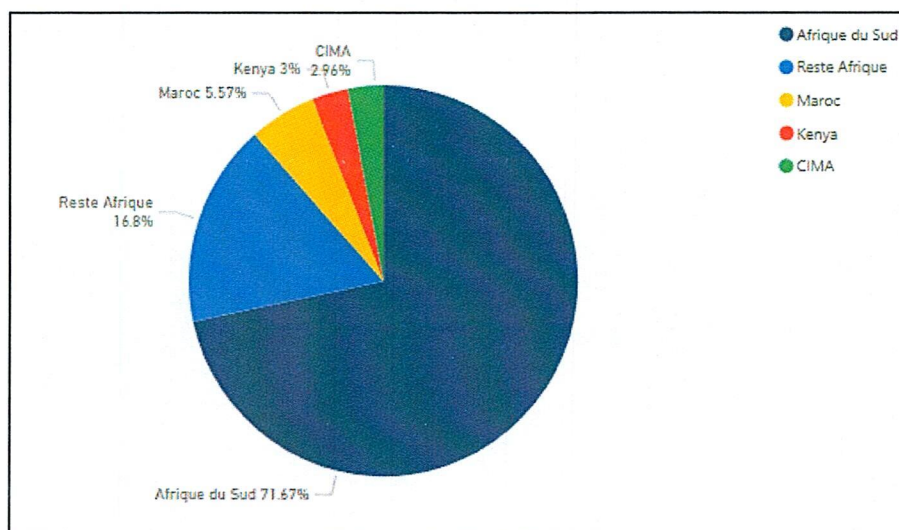


Figure 3: Part de la CIMA en Afrique (Source des données : Atlas Magazine, FANAF)

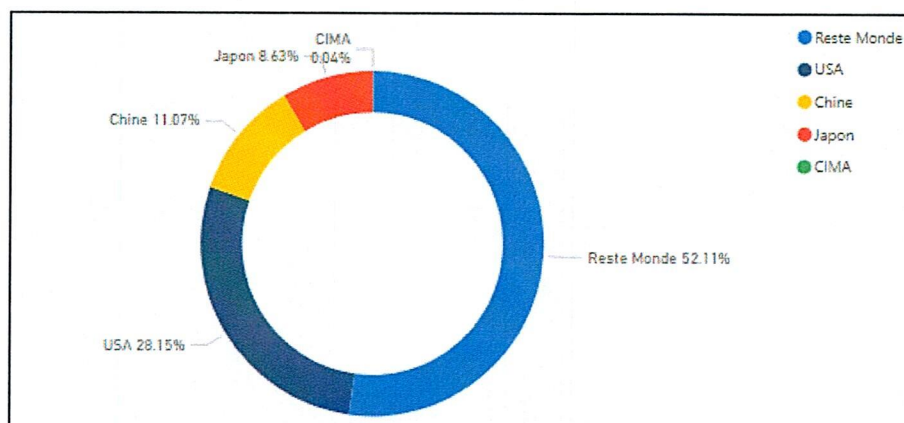


Figure 4: Part de la CIMA dans le Monde (Source des données : Atlas Magazine, FANAF)

Cette position qu'occupe la CIMA sur le continent et dans le monde entier montre que de nombreux efforts restent encore à faire afin d'atteindre les standards mondiaux.

D- LA REGLEMENTATION CIMA PAR RAPPORT AU CONTEXTE REGLEMENTAIRE MONDIAL

Article 329-3 du code CIMA : *Capital social – fonds propres*

« Les entreprises soumises au contrôle en application de l'article 300, constituées sous forme de sociétés anonymes et dont le siège social se trouve sur le territoire d'un État membre doivent avoir un capital social au moins égal à 5 milliards de Francs CFA, non compris les apports en nature. Chaque actionnaire doit verser avant la constitution définitive, les trois quart (3/4) au moins du montant des actions en numéraire souscrites par lui.

La libération du reliquat doit intervenir dans un délai qui ne peut excéder trois ans à compter de l'immatriculation au registre du commerce et du crédit mobilier, selon les modalités définies par les statuts ou par une décision du Conseil d'Administration.

Les sociétés en activité qui ont un capital social inférieur à ce minimum, disposent d'un délai de trois ans pour porter leur capital social minimum à 3 milliards de Francs CFA au moins et de cinq ans pour le porter à 5 milliards de Francs CFA à compter de la date d'entrée en vigueur des présentes dispositions.

Les fonds propres d'une société anonyme d'assurances ne peuvent en aucun cas être inférieurs à 80% du capital social minimum. Si les fonds propres sont réduits à un montant inférieur à ce minimum, la société doit les reconstituer dans un délai d'un (01) an à compter du 1er juin de l'année suivant l'exercice au cours duquel la baisse des fonds propres en dessous du minimum est constatée, sous peine des sanctions prévues à l'article 312. » (2)

Article 337-2 du code CIMA : Montant minimal de la marge de solvabilité des sociétés IARD

« Pour toutes les branches mentionnées aux 1 à 18 de l'article 328, le montant minimum réglementaire de la marge de solvabilité est égal au plus élevé des résultats obtenus par application des deux méthodes suivantes :

a) Première méthode (calcul par rapport aux primes) A 20 % du total des primes directes ou acceptées en réassurance émises au cours de l'exercice et nettes d'annulations est appliqué le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des sinistres demeurant à la charge de l'entreprise après cession et rétrocession en réassurance et le montant des sinistres bruts de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 %.

b) Deuxième méthode (calcul par rapport à la charge moyenne annuelle des sinistres) Au total des sinistres payés pour les affaires directes au cours des trois derniers exercices, sans déduction des sinistres à la charge des cessionnaires et rétrocessionnaires, sont ajoutés, d'une part, les sinistres payés au titre des acceptations en réassurance ou en rétrocession au cours des mêmes exercices, d'autre part, les provisions pour sinistres à payer constituées à la fin du dernier exercice, tant pour les affaires directes que pour les acceptations en réassurance.

De cette somme sont déduits, d'une part, les recours encaissés au cours des trois derniers exercices, d'autre part, les provisions pour sinistres à payer constituées au commencement du deuxième exercice précédant le dernier exercice, tant pour les affaires directes que pour les acceptations en réassurance. Il est appliqué un pourcentage de 25 % au tiers du montant ainsi obtenu.

Le résultat déterminé par application de la deuxième méthode est obtenu en multipliant le montant calculé à l'alinéa précédent par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le

montant des sinistres demeurant à la charge de l'entreprise après cession en réassurance et le montant des sinistres brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 %. »

Article 334-8 : Provisions techniques (IARD)

« (Modifié par Décision du Conseil des Ministres du 11 septembre 2006)

(Modifié par Décision du Conseil des Ministres du 08 avril 2016)

Les provisions techniques correspondant aux autres opérations d'assurance sont les suivantes :

1°) provision mathématique des rentes : (...)

2°) provision pour risques en cours : (...)

3°) provision pour sinistres à payer : valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise ;

4°) provision pour risques croissants : (...)

5°) provision pour égalisation (...)

6°) provision mathématique des réassurances : (...)

7°) provision pour annulation de primes : (...)

8°) provision pour risque d'exigibilité des engagements techniques : (...)

9°) toutes autres provisions techniques qui peuvent être fixées par la Commission de Contrôle des Assurances »

Article 334-12 : Modalités de calcul

« (Modifié par Décision du Conseil des Ministres du 11 septembre 2006)

La provision pour sinistres à payer est calculée exercice par exercice.

Sans préjudice de l'application des règles spécifiques à certaines branches prévues à la présente section, l'évaluation des sinistres connus est effectuée dossier par dossier, le coût d'un dossier comprenant toutes les charges externes individualisables ; elle est augmentée d'une estimation du coût des sinistres survenus mais non déclarés. Les modalités d'estimation du coût des sinistres survenus mais non déclarés ou sinistres déclarés tardifs sont fixées par circulaire de la Commission de Contrôle des Assurances.

La provision pour sinistres à payer doit toujours être calculée pour son montant brut, sans tenir compte des recours à exercer ; les recours à recevoir font l'objet d'une évaluation distincte.

Par dérogation aux dispositions du deuxième alinéa du présent article, l'entreprise peut, avec l'accord de la Commission de Contrôle des Assurances, utiliser des méthodes statistiques pour l'estimation des sinistres survenus au cours des deux derniers exercices. » (2)

Au regard de ce qui précède nous constatons que :

- Le capital social et l'exigence en fonds propres sont déterminés de manière forfaitaire comme sous Solvabilité 1 et ne tiennent aucunement compte des risques souscrits par l'assureur.
- Les méthodes de la marge de solvabilité sont forfaitaires et ne dépendent pas du risque souscrit par les assureurs.
- La méthode recommandée pour le calcul des provisions est la méthode dossier/dossier

La CIMA fonctionne donc sur une approche *Ruled-Based* (*basée sur les règles*) plutôt que *Principle-Based* (*basée sur les principes*) comme recommandé par l'IAIS, elle est loin de la norme Solvabilité 2 et plus proche de la norme Solvabilité 1. Pour ce qui est des normes IFRS 17, le marché semble encore très loin de son application au regard de son niveau de maturité.

C'est certainement en raison de toutes ses insuffisances et le désir de s'arrimer au contexte réglementaire mondial que la CIMA a décidé de s'orienter vers une Supervision Basée sur les Risques (*Risk Based Supervision*) qui sous-tend :

- Une évaluation des capitaux de solvabilité tenant compte des différents risques relatifs à chaque compagnie et non une évaluation forfaitaire,
- Une meilleure évaluation des provisions (évaluation *Best estimate*).

Toutefois cette orientation n'est pas sans préparation préalable. En effet, un cadre approprié doit être mis en place pour une réussite de ce projet et cela passe par un assainissement de la zone dont la définition claire des éléments nécessaires pour un bon provisionnement des sinistres en partant de l'exigence des données, des compétences requises pour effectuer le provisionnement des sinistres et des étapes à respecter pour le faire aux différentes approches (Approches Macro et Micro) et méthodes statistiques (méthodes déterministes et stochastiques) de provisionnement.

DEUXIEME PARTIE : LES METHODES STATISTIQUES DE PROVISIONNEMENT (APPROCHE MACRO) ET APPLICATION NUMERIQUE

Dans cette partie, nous présenterons (Hypothèses, principe, avantages et limites,etc) les différentes méthodes statistiques de provisionnement selon l'approche macro, puis nous les illustrerons à partir de données.

CHAPITRE I : LES METHODES STATISTIQUES DE PROVISIONNEMENT (APPROCHE MACRO)

L'approche Macro est basée sur l'utilisation des données agrégées et des triangles de développement. Dans cette approche les méthodes statistiques généralement utilisées sont les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Ces méthodes reposent principalement sur les données historiques de sinistralité. Leurs performances sont d'autant plus élevées que le passé est régulier et le présent est peu différent du passé.

SECTION 1 : LES METHODES DETERMINISTES DE PROVISIONNEMENT

I- PRINCIPE GENERAL (4)

Nous considérons une branche ou sous-branche dont les sinistres se déroulent sur $(n + 1)$ années. On note :

- i l'année d'origine, $i = 0, \dots, n$
- j le délai de règlement ou année de développement des sinistres, $j = 0, \dots, n$
- X_{ij} la mesure de sinistralité correspondant à l'année d'origine i et au délai j

Dans la suite on supposera que nous traitons de paiements de sinistres. Se plaçant au 31/12/ n , Les paiements de sinistres à cette date sont classiquement mis sous la forme d'un triangle complet de liquidation (ou *Run-off triangle en anglais*) de montants non cumulés :

		Délai de règlement								
		0	1	...	j	...	n-i	...	n-1	n
Année d'origine	0	X_{00}	X_{01}	...	X_{0j}	...	...	...	$X_{0,n-1}$	X_{0n}
	1	X_{10}	X_{11}	...	X_{1j}	...	...	...	$X_{1,n-1}$	
	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
	i	...	...	...	X_{ij}	...	$X_{i,n-i}$	...		
	...	...	...	...	...	...	...	...		
	n-j	...	...	...	$X_{n-j,j}$	...				
	n-1	$X_{n-1,0}$	$X_{n-1,1}$	...						
	n	X_{n0}								

Tableau 1: Triangle de liquidation des incréments X_{ij}

- Paiements de sinistres de l'année calendaire $i+j$
 Tous les sinistres payés j année suivant leur année de survenance
 Tous les paiements de sinistres survenus en année i
 Paiements de l'année calendaire n

La diagonale principale qui correspond au paiement pendant l'année calendaire n peut s'écrire comme suit :

$$\text{Paiement en année } n = \sum_{i=0}^n X_{i,n-i}$$

Le nombre total de données est : $(n+1) + n + \dots + 2 + 1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

De ce qui précède on déduit le triangle de liquidation des montants cumulés C_{ij} au 31/12/ n avec :

$$C_{ij} = \sum_{h=0}^j X_{ih}$$

C_{ij} est le montant cumulé des règlements pour l'année d'origine i jusqu'au délai de règlement j :

		Délai de règlement								
		0	1	...	j	...	n-i	...	n-1	n
Année d'origine	0	C_{00}	C_{01}	...	C_{0j}	...	...	...	$C_{0,n-1}$	C_{0n}
	1	C_{10}	C_{11}	...	C_{1j}	...	...	...	$C_{1,n-1}$	
	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
	i	...	...	...	C_{ij}	...	$C_{i,n-i}$	...		
	...	...	...	...	...	...	...	...		
	n-j	...	...	...	$C_{n-j,j}$	...				
	n-1	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$	...						

Tableau 2: Triangle des paiements cumulés C_{ij}

Pour $j \geq 1$, nous avons :

- $X_{i0} = C_{i0}$
- $X_{ij} = C_{ij} - C_{i,j-1}$

La problématique du provisionnement est d'estimer au 31/12/n, à partir des données du tableau précédent, les trois valeurs suivantes :

- La charge de sinistre de chaque année d'origine i , $S_i = C_{in}$ en supposant que l'année d'origine est complètement déroulée au bout de $(n + 1)$ années, nous posons donc : $S_0 = C_{0n}$
- La provision $R_i = C_{in} - C_{i,n-i}$ à constituer pour chaque année d'origine i , avec $R_0 = 0$
- La provision globale qui est la somme des provisions de chaque année d'origine :

$$R = \sum_{i=0}^n R_i$$

Pour répondre à cette problématique nous définissons les notions suivantes :

- Les facteurs de développement $(f_j)_{j \in \{0, \dots, n-1\}}$ définis par : $f_j = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$
- Les cadences cumulées de règlement :

$$\forall j \in \{0, \dots, n\}, p_j = \frac{C_{ij}}{C_{in}}$$

Il y a une relation entre les cadences de règlements $(p_0, p_1, \dots, p_{n-1})$ et les facteurs de développement $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ associés à une année d'origine définie par :

$$f_j = \frac{p_{j+1}}{p_j}, \text{ avec comme convention } p_n = 1 ;$$

$$p_j = \frac{1}{f_j \times f_{j+1} \times \dots \times f_{n-1}}$$

Avec cette relation, la provision R_i à constituer pour chaque année d'origine i s'exprime comme suit :

$$R_i = \frac{1 - p_{n-i}}{p_{n-i}} \times C_{i,n-i} = (f_{n-i} \times f_{j+1} \times \dots \times f_{n-1} - 1) \times C_{i,n-i}$$

Les méthodes déterministes peuvent être classées en 3 types :

- Les méthodes Chain ladder
- Les méthodes basées sur les *Loss Ratio* (Ratio de sinistre : exposition au risque)
- Les méthodes factorielles

II- LES METHODES CHAIN LADDER

La méthode de Chain Ladder repose sur les triangles de développement, qui exprime l'évolution de la sinistralité dans le temps. En effet, l'évolution de la sinistralité est un processus complexe. Ajouté à cela il faut préciser qu'il y a plusieurs quantités qui caractérisent la sinistralité entre autres : les paiements qui constituent des flux et les provisions qui sont des stocks. L'analyse peut se faire de différentes manières : soit en analysant les paiements incrémentaux, et/ou les paiements cumulés et/ou les stocks de provision dossier/dossier à chaque date et leur évolution, et/ou les charges cumulées de sinistres (paiements cumulés + provisions dossier à dossier), et/ou les charges non cumulées de sinistre (évolution des charges de sinistres connus qui expriment une évolution des boni/mali.

La problématique du provisionnement peut être présentée de la manière suivante : Etant à une date donnée (date d'inventaire, en général le 31/12/n), les paiements effectués jusqu'à cette date sont connus ainsi que les provisions dossier/dossier estimées par les gestionnaires. La question du provisionnement est d'évaluer pour chaque année d'origine, les différents flux futurs de paiements (flux) jusqu'à la clôture du dernier sinistre relatif à l'année d'origine. A compter de ce moment, plus aucun paiement ne sera réalisé et les provisions constituées devront normalement être nulles.

En d'autres termes, on cherche donc à connaître les valeurs ultimes des paiements et/ou des charges (Paiements + Provisions).

La méthode de Chain Ladder peut être utilisée pour résoudre cette problématique posée. La méthode Chain ladder est une approche multiplicative basée sur les facteurs de développement et qui est généralement utilisée par la communauté actuarielle dans le cadre de l'évaluation des provisions. Elle s'applique sur différentes quantités, à savoir : les montants des sinistres, les nombres de sinistres, les montants des primes, ...

Comme indiqué précédemment, plusieurs quantités (à savoir les paiements de sinistres et les charges de sinistres connus) permettent de caractériser la sinistralité. La grande question suivante se pose donc :

Dans quelle situation projeter les paiements cumulés ou les charges de sinistres connus (Paiements + Provisions) serait a priori plus pertinent ?

L'utilisation des paiements cumulés pour caractériser la sinistralité serait adéquate lorsque les provisions dossier/dossier n'apportent aucune information pertinente dans le cadre de l'évaluation des montants des sinistres (par exemple sur les branches où le règlement des sinistres se fait très rapidement et/ou les provisions dossier à dossier sont évaluées de façon forfaitaire, donc à l'aide de méthodes statistiques). Dans le cas contraire l'utilisation des charges de sinistres connus serait l'idéal, car elle permet de prendre en compte à la fois des informations dans les paiements de sinistres, ainsi que celles présentes dans les provisions évaluées dossier à dossier par les gestionnaires.

Toutefois il est conseillé d'appliquer systématiquement les deux types de données et de comparer les résultats qui en résultent. En effet, cette comparaison pourrait donner d'informations importantes sur l'évaluation effectuée.

A noter que la projection des paiements des sinistres est généralement nécessaire pour estimer les cadences de paiements.

Dans la suite du mémoire afin de faciliter la présentation des différentes méthodes, nous utiliserons les paiements cumulés. Toutefois, elles peuvent généralement être appliquées sur les charges de sinistres connus, les nombres de sinistres ainsi que les primes.(5)

A- LA METHODE DE CHAIN LADDER STANDARD (4)

C'est à première vue la méthode de provisionnement la plus simple et la plus utilisée par les compagnies d'assurances, elle s'appuie sur l'hypothèse (forte) suivante :

Hypothèse

Pour un délai de développement, toutes les années d'origine se développent en moyenne de la même façon. En d'autres termes, l'espérance du facteur de développement f_{ij} est indépendant de i : toutes les années d'origine se développent donc en moyenne suivant un facteur commun f_j .

Plus explicitement, pour $j = 0, \dots, n-1$ les facteurs de développement f_j sont indépendants de l'année de survenance du sinistre i . Sous cette hypothèse pour $j = 0, \dots, n-1$,

$$\frac{C_{0,j+1}}{C_{0,j}} = \frac{C_{1,j+1}}{C_{1,j}} = \dots = \frac{C_{n-j-1,j+1}}{C_{n-j-1,j}}.$$

Estimations des paramètres

Dans la pratique, le facteur de développement f_j est estimé par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}$$

Le triangle des règlements cumulés est complété en un rectangle complet à partir de :

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i} \prod_{k=n-i}^{j-1} \hat{f}_k$$

Et donc la charge ultime est :

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i} \prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{f}_k$$

La provision pour l'année i vaut :

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}$$

La provision ultime pour l'ensemble des sinistres vaut :

$$\hat{R} = \sum_{i=0}^n \hat{R}_i$$

Validation du modèle

Des techniques simples permettent d'effectuer des validations simples de l'utilisation de cette méthode.

Le triangle des facteurs de développement ou d-triangle

Le triangle formé des facteurs individuels f_{ij} est appelé *d-triangle*. L'hypothèse sous-jacente à cette méthode n'est acceptable que si les éléments de chaque colonne de ce triangle sont sensiblement constants, ou aléatoirement distribués autour d'une moyenne et qu'il n'existe pas de trend.

CC-plots

C'est une méthode graphique. Sous l'hypothèse du modèle, pour une année de développement donné $j = 0, \dots, n-1$, les couples $(C_{ij}, C_{i,j+1})_{i=0, \dots, n-j-1}$ doivent être alignés par une droite passant par l'origine.

L'utilisation de la méthode de Chain Ladder présente des avantages et des inconvénients qu'il convient de savoir avant de l'appliquer.

Avantages

- ✓ Simplicité d'application ;
- ✓ Hypothèses et résultats facile à expliquer ;
- ✓ Accepte les valeurs négatives des montants payés non cumulés, donc applicable à des triangles de paiements nets de recours encaissés.

Limites

- ✓ Lorsqu'elle est appliquée de manière trop mécanique, elle peut conduire à des résultats aberrants ;
- ✓ S'agissant d'une méthode mécanique, elle peut s'avérer fragile sur les exercices récents ;
- ✓ Elle ne permet pas d'obtenir une mesure de précision des estimations.
- ✓ Elle ne permet pas de séparer les deux composantes suivantes des IBNR dans le cadre de l'évaluation :

- Les sinistres déjà connus et en cours de règlements qui peuvent évoluer jusqu'à ce qu'ils soient totalement clôturés (IBNER)
- Les sinistres qui sont déjà survenus mais non encore connus (IBNYR)

B- LA METHODE DE CHAIN LADDER PONDEREE

Dans cette méthode, le facteur de développement de la *j*ème colonne, f_j est une moyenne pondérée des facteurs de développement individuels $f_{0j}, f_{1j}, \dots, f_{n-j-1,j}$. L'expression de f_j est ainsi donnée par :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{ij} f_{ij}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{ij}}$$

Où $(w_{ij})_{i=0,\dots,n-j-1}$ sont des pondérations qui sont choisies en tenant compte de la fiabilité et la volatilité des facteurs.

Quelques exemples de pondération

- Moyenne empirique des f_{ij} : $w_{ij} = 1$
- Pondération par année calendaire pour donner plus de poids aux années les plus récentes : $w_{ij} = i + j + 1$ ou $w_{ij} = (i + j + 1)^2$
- Méthode standard Chain Ladder : $w_{ij} = C_{ij}$

C- LA METHODE DE LONDON CHAIN (4)

C'est une méthode autorégressive qui suppose qu'il existe des paramètres f_j et α_j tels que : $C_{i,j+1} = (f_j \times C_{i,j}) + \alpha_j$.

Dans ce cas, les couples de points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ sont sensiblement alignés.

La méthode utilisée pour estimer ces paramètres est la méthode des moindres carrés, par analogie à la régression simple. Elle revient donc à minimiser : $\Delta_j = \sum_{i=1}^{n-j} (C_{i,j+1} - (f_j \times C_{i,j}) - \alpha_j)^2$.

Généralement un algorithme itératif est utilisé pour estimer ces paramètres.

III- LES METHODES BASEES SUR LE LOSS RATIO

Le rapport sinistres-primas ou encore Loss Ratio (ratio de pertes) est un concept simple, mais fondamental en assurance. Si nous prenons une catégorie ou un sous-groupe d'affaires et que nous examinons une cohorte donnée, une fois le développement terminé, le rapport sinistres-primas peut être trouvé avec certitude. Il constitue un moyen naturel de résumer le résultat en un seul chiffre.

$$\text{Loss Ratio} = LR = \frac{\text{Sinistres ultimes}}{\text{Primes}}$$

S'agit-il de la prime acquise ou de la prime émise ? Ce que nous devons savoir est que : Si nous utilisons des cohortes d'années d'accident comme base d'étude, alors la prime acquise sera la mesure correcte. Mais si nous utilisons des cohortes d'années de police ou de contrat (comme c'est souvent le cas en réassurance et sur certaines branches d'assurance comme le transport), alors la prime émise sera indiquée. L'idée est que la définition de la prime doit correspondre à la période d'exposition au risque de la cohorte.

Également, La question de l'inclusion ou non des frais et/ou des commissions dans la prime est plus délicate. Il serait tout à fait possible de travailler soit avec la prime pure, soit avec la prime brute. Cependant, l'image est plus complète si la commission et les frais sont inclus. C'est d'ailleurs cette approche qui est généralement retenue par la communauté actuarielle. (5)

Dans la suite les primes seront bruts des frais et des commissions. La prime retenue dans notre travail est la prime acquise car nous considérons comme année de rattachement l'année de survenance des sinistres.

Les méthodes basées sur le *Loss Ratio* permettent d'intégrer des informations complémentaires aux triangles de paiements et de charges pour l'estimation des réserves. Il s'agit en générale d'indicateurs d'exposition au risque (montant de primes émises, acquises, nombre de sinistres, etc) par année de survenance i . Ce facteur sera noté E_i par la suite.

Soient :

- E_i représente la prime acquise ($E_i = P_i$).
- $LR_{i,j} = \frac{C_{i,j}}{E_i}$ le triangle des *Loss Ratios* et
- LR_i les *Loss Ratio* ultimes pour l'année de survenance

A- LA METHODE DE LOSS RATIO SIMPLE OU METHODE NAÏVE DU RATIO DE PERTES

L'estimation de la provision pour sinistres donnée par cette méthode découle de l'hypothèse simpliste selon laquelle le rapport sinistres/primas utilisé à la date d'évaluation correspond à la meilleure vision ultime de la charge des sinistres sur toutes les années d'origine, stabilité qui n'est jamais observée dans la pratique.

En effet, dans cette méthode, les *Loss Ratios* ultimes sont supposés constants pour toutes les années d'origine i . LR_0 de l'année 0 (première année d'origine) étant connu, nous avons : $LR_i = LR_0, i = 1, \dots, n$.

On en déduit une estimation de la charge ainsi que de la provision par année de survenance i : $S_i = \hat{C}_{in} = P_i \times LR_0$, puis $\hat{R}_i = C_{i,n} - C_{i,n-i}$.

La provision Globale sera donnée par :

$$R = \sum_{i=0}^n \hat{R}_i$$

Avantages

Cette méthode est simple à appliquer et pourrait être efficace sur les branches totalement stables.

Limites

La principale critique de cette méthode est qu'elle ignore complètement le schéma d'évolution des sinistres jusqu'à la date de l'évaluation des sinistres pour les années de survenance autre que la première année. En effet, les années d'accident pour lesquelles l'évolution est suffisamment complète pour donner un rapport sinistres/primes sont désormais relativement anciennes.

B- LA METHODE BORNHUETTER-FERGUSON

Pour toutes les méthodes de projection des sinistres reposant effectivement sur l'utilisation de facteurs de développement tels que la méthode de Chain Ladder (méthode multiplicative), il est possible que la projection ne puisse pas être considérée avec le degré de confiance souhaité, pour diverses raisons. En particulier, pour les années de survenance les plus récentes, où le facteur de développement permettant de passer du montant actuel au montant ultime des sinistres peut ne pas être adapté, en raison de l'absence actuelle de développement des sinistres, de survenance de sinistres catastrophiques, ... Pour pallier cela, nous avons la possibilité d'utiliser une autre valeur (indicateur) ultime pouvant refléter la sinistralité, généralement dérivé d'un ratio de pertes présumé. Cette valeur pourrait être un *Loss Ratio* fixe pour toutes les années de survenance ou pourrait être un vecteur de *Loss Ratio* défini en fonction de la branche étudiée tout en considérant les informations du marché. Ainsi nous avons la possibilité de combiner le résultat projeté initialement par la méthode de Chain Ladder avec cette valeur alternative (a priori), en utilisant une approche de crédibilité pondérée. Dans ce cas, le poids le plus important est attaché à la valeur a priori, puis il est progressivement réduit à zéro au fur et à mesure que la sinistralité réelle (et donc la valeur projetée) évolue vers sa valeur finale. La méthode *Bornhuetter-Ferguson* adopte ce principe. (5)

La méthode de *Bornhuetter-Ferguson* est une approche additive, une estimation de la charge de sinistres est :

$$S_i = \hat{C}_{in} = C_{i,n-i} + (1 - \hat{p}_{n-i})\phi_i P_i$$

Où :

- ϕ_i est le loss ratio attendu de l'année de survenance i , Ratio a priori (peut provenir de la tarification, ou des chiffres de marché)
- P_i est la prime acquise à l'année de survenance i
- $\hat{p}_{n-i}$ est la cadence liée à la $(n - i)^{\text{ème}}$ année de développement,

$$\hat{p}_{n-i} = \frac{1}{\prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{f}_k}$$

Cette méthode est une forme de crédibilité entre la méthode de Chain Ladder et l'approche Loss Ratio.

Preuve

Charge ultime méthode Chain Ladder :

$$\hat{C}_{i,n}^{(CL)} = C_{i,n-i} \prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{f}_k = C_{i,n-i} \times \frac{1}{\hat{p}_{n-i}}$$

Charge ultime méthode *Loss Ratio* :

$$\hat{C}_{in}^{(LR)} = P_i \times LR_0$$

Charge ultime méthode *Bornhuetter-Ferguson* :

$$\begin{aligned} \hat{C}_{in}^{(BF)} &= C_{i,n-i} + (1 - \hat{p}_{n-i})\phi_i P_i \\ \hat{C}_{in}^{(BF)} &= \hat{p}_{n-i} \left(C_{i,n-i} \times \frac{1}{\hat{p}_{n-i}} \right) + (1 - \hat{p}_{n-i})\phi_i P_i \end{aligned}$$

Posons pour $i = 1, \dots, n$:

$$\begin{aligned} \phi_i &= LR_i^3 \\ \hat{p}_{n-i} &= \alpha_i \end{aligned}$$

Nous avons :

$$\hat{C}_{in}^{(BF)} = \alpha_i \hat{C}_{i,n}^{(CL)} + (1 - \alpha_i) \hat{C}_{in}^{(LR)}.$$

Etant une méthode additive, la méthode de Bornhuetter-Ferguson est généralement utilisée sur les années récentes lorsque qu'une faible crédibilité est accordée aux données observées en raison d'un soupçon de retard de paiement ou d'une sinistralité exceptionnelle.

³ Il est possible de proposer des Loss ratio en fonction de la connaissance que nous avons de la branche sur laquelle est appliquée cette méthode : c'est un avis d'expert

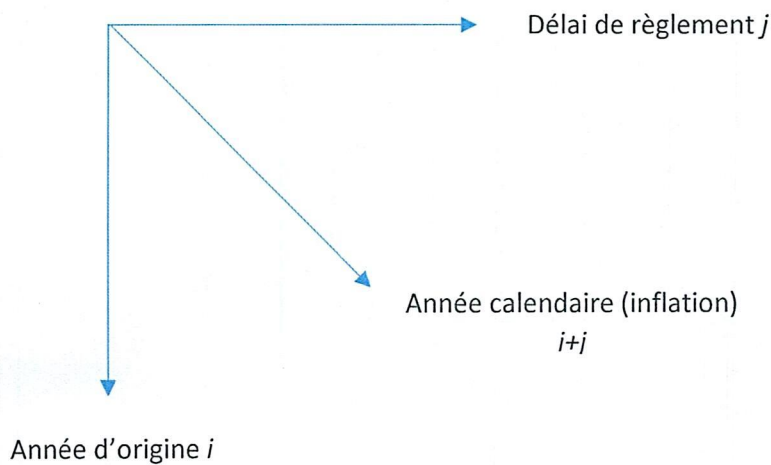
IV- LES METHODES DE SEPARATION

A partir d'un triangle de développement, ces méthodes permettent de séparer les effets sur les paiements des trois directions (année d'origine, année de développement, année comptable).

Ces modèles s'appliquent aux montants non cumulés X_{ij} sous la forme d'un produit de paramètres correspondant chacun à une direction du triangle de liquidation :

$$X_{ij} = x_i y_j \gamma_{i+j} \quad (0 \leq i, j \leq n)$$

Où x_i, y_j, γ_{i+j} sont respectivement les paramètres des facteurs année d'origine, délai de règlement et année calendaire.



Cette méthode nécessite un nombre relativement grand de paramètres : $3(n + 1)$ paramètres, soit un nombre important mais inférieur à celui des observations pour $n > 4$. (4)

A- LA METHODE DES MOINDRES CARRES DE DE VYLDER

Dans l'hypothèse d'une inflation constante, le modèle précédent devient :

$$X_{ij} = x_i y_j, 0 \leq i, j \leq n$$

En introduisant la contrainte supplémentaire $\sum_{j=1}^n y_j = 1$, les paramètres x_i, y_j deviennent interprétables car la charge ultime s'écrit :

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = \sum_{j=1}^n x_i y_j = x_i \sum_{j=1}^n y_j = x_i$$

$y_j = \frac{S_{ij}}{x_i}$ représente la part de la charge ultime payée pendant la $j^{\text{ème}}$ année de développement.

En posant $Y_j = \sum_{k=1}^j y_k$, le montant des paiements cumulés : $C_{ij} = x_i Y_j$ et $\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} = \frac{x_i Y_{j+1}}{x_i Y_j} = \frac{Y_{j+1}}{Y_j}$, indépendant de i .

Les $2n$ paramètres sont estimés par la méthode des moindres, soit à minimiser :

$$\Delta = \sum_{i+j \leq n+1} w_{ij} [X_{ij} - x_i y_j]^2$$

B- LA METHODE DE SEPARATION DE VERBEEK

Cette méthode permet de séparer dans les 2 directions année de développement et année comptable, lorsqu'on sait a priori que le triangle est fortement impacté par une inflation inconnue, non nécessairement constante. Elle s'applique sur les triangles de nombres de sinistres.

Soit n_{ij} le nombre de sinistres relatifs à l'année d'origine, et déclarés au cours de la $j^{\text{ème}}$ année de développement, corrigé de l'exposition (exemple de mesure d'exposition = nombre de contrats).

On suppose que les n_{ij} sont des réalisations de variables aléatoires suivant une loi de Poisson dont la moyenne s'écrit : $E(\tilde{N}_{ij}) = y_j \gamma_{i+j-1}$, $1 \leq i, j \leq n$

Avec la contrainte : $\sum_{j=1}^n y_j = 1$

- y_j peut être interprété comme la probabilité qu'un sinistre soit déclaré au cours de la $j^{\text{ème}}$ année de développement
- Les paramètres γ_{i+j-1} peuvent être vus comme des indices d'inflation.
- Dans le cas présent des nombres de sinistres, il pourrait s'agir d'inflation due à une évolution jurisprudentielle.
- Les paramètres issus des estimations correspondent aux inflations historiques et peuvent permettre ensuite de prédire (à l'aide d'un modèle Adhoc) les inflations futures, afin de pouvoir compléter le triangle.

Les paramètres du modèle peuvent être estimés aisément par la méthode de maximum de vraisemblance qui conduit au système d'équations suivant :

$$n_{ij} = y_j \gamma_{i+j-1} \text{ avec } \sum_{j=1}^n y_j = 1$$

Soit d_k le nombre de sinistres déclarés pendant l'année comptable k :

$$d_k = \sum_{i=1}^k n_{i,k-i+1} = \sum_{j=1}^k y_j \gamma_k = \gamma_k \sum_{j=1}^k y_j$$

$$v_j = \sum_{i=1}^{n-j+1} n_{ij} = \sum_{i=1}^{n-j+1} n_{ij} = y_j \sum_{k=1}^{n-j} \gamma_k$$

De proche en proche, on obtient :

$$\begin{aligned} \gamma_n &= d_n & \text{et} & & y_n &= \frac{v_n}{\gamma_n} \\ \gamma_k &= \frac{d_k}{1 - \sum_{j=k+1}^n \gamma_j} & \text{et} & & y_k &= \frac{v_k}{\sum_{h=k}^n \gamma_h} \\ \gamma_1 &= \frac{d_1}{1 - \sum_{j=2}^n \gamma_j} & \text{et} & & y_1 &= \frac{v_1}{\sum_{h=1}^n \gamma_h} \end{aligned}$$

Les méthodes déterministes sont simples à mettre en œuvre, mais elles ne donnent qu'une estimation de la charge ultime et ne permettent pas de mesurer l'incertitude dans la projection des réserves. Pour mesurer cette incertitude dans la projection de nos réserves, l'utilisation de méthodes stochastique serait l'idéal.

SECTION 2 : LES METHODES STOCHASTIQUES DE PROVISIONNEMENT

L'objectif des méthodes stochastiques est de mesurer l'incertitude présente dans les triangles et les résultats issus des méthodes déterministes, de valider les résultats issus des modèles déterministes et de construire la distribution prédictive des provisions (des engagements).

L'utilité de ces méthodes est renforcée par les exigences des nouvelles normes de supervision (exemple Solvabilité 2) et en termes de Risk Management par la mesure du risque de réserves (risque de réserve à l'ultime, risque de réserve à 1 an) afin d'apprécier l'incertitude présente dans les réserves.

I- PRINCIPE GENERAL (4)

On suppose que les montants incrémentaux des sinistres (par exemple les paiements de sinistres) $\tilde{X}_{ij}, 1 \leq i, j \leq n$ sont des variables aléatoires dont on a observé le triangle de développement $(x_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n-i+1}}$

$\tilde{C}_{ij} = \sum_{k=1}^j \tilde{X}_{ik}$ est la variable aléatoire qui décrit les montants cumulés des sinistres

Le montant des provisions relatif à l'année d'origine i est la variable aléatoire $\tilde{R}_i = \tilde{C}_{in} - c_{i,n-i}$

Le montant total des provisions est la variable aléatoire $\tilde{R} = \sum_{i=1}^n \tilde{R}_i$

L'objectif est d'estimer la distribution $\tilde{R}$, mais également les moments ≥ 1 , à savoir :

- L'espérance de $\tilde{R}$: $E[\tilde{R}]$
- La variance de $\tilde{R}$: $\sigma^2[\tilde{R}] = Var[\tilde{R}]$
- Le coefficient d'asymétrie (skewness) : $\mu(\tilde{R}) = E[(\tilde{R} - E[\tilde{R}])^3]$ et $\gamma_1(\tilde{R}) = \frac{\mu_3(\tilde{R})}{(\sigma[\tilde{R}])^3}$

Plusieurs types d'incertitudes sur l'analyse des réserves :

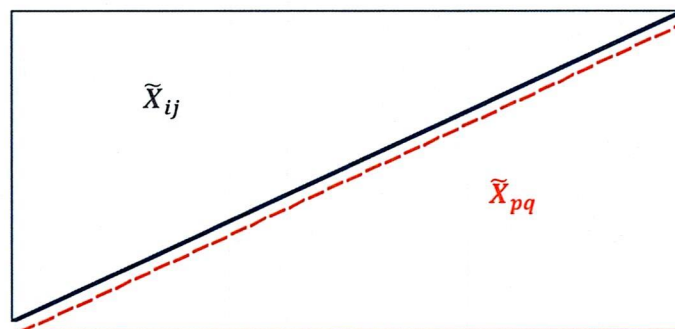
- L'erreur de modèle
- L'erreur d'estimation : erreur commise par l'estimation de R à partir d'un échantillon donné
- L'erreur de processus

Problématique de l'estimation

Soit $\hat{\pi}$ un estimateur d'un paramètre d'intérêt $\pi(F_R)$, l'incertitude liée à cette estimation est classiquement mesurée par l'écart quadratique moyen (Mean Square Error) :

$$\begin{aligned}
 MSE(\hat{\pi}) &= E[(\hat{\pi} - \pi(F_R))^2] \\
 &= E[(\hat{\pi} - E[\hat{\pi}] + E[\hat{\pi}] - \pi(F_R))^2] \\
 &= E[(\hat{\pi} - E[\hat{\pi}])^2] + E[(E[\hat{\pi}] - \pi(F_R))^2] + 2E[(\hat{\pi} - E[\hat{\pi}])(E[\hat{\pi}] - \pi(F_R))] \\
 &= Var[\hat{\pi}] + \underbrace{(E[\hat{\pi}] - \pi(F_R))^2}_{\text{Biais}}
 \end{aligned}$$

Problématique de la prédiction



La problématique de la prédiction est de pouvoir prédire $\tilde{X}_{pq}$ à partir des observations x_{ij}

$\tilde{X}_{ij}, 1 \leq i, j \leq n$ sont des variables aléatoires dont on a observé le triangle de développement $(x_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n-i+1}}$, on cherche un prédicteur d'une fonctionnelle h de $(\tilde{X}_{pq})_{\substack{1 \leq p \leq n \\ q \geq n-p+1}}$ par exemple la somme des paiements futurs qui représente les réserves :

$$h((\tilde{X}_{pq})_{\substack{1 \leq p \leq n \\ q \geq n-p+1}}) = \sum_{p=1}^n \sum_{q \geq n-p+1} \tilde{X}_{pq}$$

Un prédicteur $h((\tilde{X}_{pq})_{\substack{1 \leq p \leq n \\ q \geq n-p+1}})$ est donc une fonctionnelle $f((\tilde{X}_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n-i+1}})$

L'incertitude liée à cette prédiction est mesurée par la :

$$MSEP(f) = E \left[\left(f \left((\tilde{X}_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n-i+1}} \right) - h \left((\tilde{X}_{pq})_{\substack{1 \leq p \leq n \\ q \geq n-p+1}} \right) \right)^2 \right]$$

L'indépendance entre $h((\tilde{X}_{pq})_{\substack{1 \leq p \leq n \\ q \geq n-p+1}})$ et $f((\tilde{X}_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n-i+1}})$ permet d'écrire :

$$MSEP(f) = \underbrace{Var \left[h \left((\tilde{X}_{pq})_{\substack{1 \leq p \leq n \\ q \geq n-p+1}} \right) \right]}_{\text{Erreur de Process}} + \underbrace{E \left[\left(f \left((\tilde{X}_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n-i+1}} \right) - E \left[h \left((\tilde{X}_{pq})_{\substack{1 \leq p \leq n \\ q \geq n-p+1}} \right) \right] \right)^2 \right]}_{\text{Erreur d'estimation}}$$

II- MODELE RECURSIF DE MACK

C'est en 1993, que Thomas MACK propose un modèle qui formalise d'un point de vue mathématique l'algorithme utilisé dans la méthode déterministe Chain Ladder décrite plus haut. Il reprend les hypothèses du modèle déterministe tout en les formalisant mathématiquement et y ajoute une dernière hypothèse qui permet de mesurer la variabilité des réserves.

Hypothèses

H1 : Il existe des facteurs de développement $f_1, \dots, f_k, f_{n-1}$ tels que $E[C_{i,k+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,k}] = f_k \times C_{i,k}$

Dans l'application de la méthode de Chain Ladder les facteurs de développement sont estimés par :

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k}}, 1 \leq k \leq n$$

Et le montant ultime des sinistres par $\hat{C}_{in} = C_{i,n-i+1} \times \hat{f}_{n-i+1} \times \dots \times \hat{f}_{n-1}$,

Ou encore l'équivalent des réserves R_i par : $\hat{R}_i = C_{i,n-i+1} \times (\hat{f}_{n-i+1} \times \dots \times \hat{f}_{n-1} - 1)$

H2 : Indépendance entre les années d'origine, c'est-à-dire que $\{C_{i1}, \dots, C_{in}\}$ et $\{C_{j1}, \dots, C_{jn}\}$ sont indépendants pour tout $i \neq j$.

Sous **H1** et **H2** on déduit les propositions suivantes :

Proposition 1

$$E = [C_{in}|T] = C_{i,n-i+1} \times f_{n-i+1} \times \dots \times f_{n-1}, \text{ avec}$$

$$T = \{C_{i,k} | i + k \leq n + 1\} \text{ l'ensemble des données observées}$$

Preuve :

Posons $E_i(X) = E(X|C_{i1}, \dots, C_{i,n-i+1})$

$$\begin{aligned} E(C_{in}|T) &= E_i(C_{in}) \\ &= E_i(E(C_{in}|C_{i1}, \dots, C_{i,n-1})) \\ &= E_i(C_{i,n-1} \times f_{n-1}) \\ &= E_i(C_{i,n-1}) \times f_{n-1} \\ &= \text{etc.} \\ &= E_i(C_{i,n-i+1}) \times f_{n-i+1} \times \dots \times f_{n-1} \\ &= C_{i,n-i+1} \times f_{n-i+1} \times \dots \times f_{n-1} \end{aligned}$$

Ce théorème montre que l'estimateur $\hat{C}_{in}$ a la même forme que $E(C_{in}|T)$.

Proposition 2

Les estimateurs $\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k}}$, $1 \leq j \leq n-1$ sont sans biais et non corrélés.

Preuve :

Soit $B_k = \{C_{ij} | j \leq k, i + j \leq n + 1\}$, $1 \leq k \leq n$

Des hypothèses **H1** et **H2** on déduit :

$$E(C_{i,k+1}|B_k) = E(C_{i,k+1}|C_{i1}, \dots, C_{ik}) = C_{ik} \times f_k.$$

On a donc :

$$E(\hat{f}_k|B_k) = \frac{\sum_{j=1}^{n-k} E(C_{j,k+1}|B_k)}{\sum_{j=1}^{n-k} C_{jk}} = f_k$$

Ce qui donne directement le sans biais :

$$E(\hat{f}_k) = E(E(\hat{f}_k|B_k)) = f_k, 1 \leq k \leq n-1,$$

Des paramètres estimés. Aussi, les $\hat{f}_k$ sont non corrélés pour $j < k$:

$$\begin{aligned} E(\hat{f}_j \hat{f}_k) &= E(E(\hat{f}_j \hat{f}_k | B_k)) \\ &= E(\hat{f}_j E(\hat{f}_k | B_k)) \\ &= E(\hat{f}_j) \times f_k \\ &= E(\hat{f}_j) \times E(\hat{f}_k) \end{aligned}$$

De proche en proche, on peut donc montrer que pour tout i : $E[\hat{f}_{n-i+1} \times \dots \times \hat{f}_1] = f_{n-i+1} \times \dots \times f_1$.

On vient donc de montrer que $\hat{C}_{in} = c_{i,n-i+1} \times \hat{f}_{n-i+1} \times \hat{f}_{n-1}$ est un estimateur sans biais de $E[C_{in}|T] = c_{i,n-i+1} \times f_{n-i+1} \times f_{n-1}$

De la même façon, l'estimateur $\hat{R}_i = \hat{C}_{in} - c_{i,n-i+1}$ est un estimateur sans biais de $R_i = C_{in} - c_{i,n-i+1}$

L'évaluation de l'erreur de prédiction de C_{in} , cela requiert une hypothèse additionnelle sur la variance de C_{ik} .

Dans son article, Thomas Mack par du fait que l'estimateur $\hat{f}_k$ soit une moyenne des facteurs de développement individuels $\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}$ pondérée par $C_{i,k}$.

Il suppose donc que $Var\left[\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}} | C_{i,1}, \dots, C_{i,k}\right]$ est inversement proportionnelle à $C_{i,k}$, d'où l'hypothèse **H3** du modèle de Mack.

H3 :

$$Var[C_{i,k+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,k}] = \sigma_k^2 \times C_{i,k}, 1 \leq i \leq n \text{ et } 1 \leq k \leq n-1$$

σ_k^2 étant un paramètre inconnu

De façon similaire, Thomas Mack (6) propose un estimateur sans biais pour σ_k^2 . Il montre que l'estimateur suivant :

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{n-k+1} \sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k} \left(\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}} - \hat{f}_k \right)^2, 1 \leq k \leq n-2 \text{ est un estimateur sans biais de } \sigma_k^2$$

Proposition 3

Sous les hypothèses **H1**, **H2** et **H3** l'erreur de prédiction de la provision R_i est obtenue par :

$$MSEP(R_i) = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{k=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^2} \left[\frac{1}{\hat{C}_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{n-k} C_{j,k}} \right]$$

Et

$$MSEP(R) = \sum_{i=2}^n \left[MSEP(R_i) + \hat{C}_{i,n} \left(\sum_{j=i+1}^n \hat{C}_{j,n} \right) \sum_{k=n-i+1}^{n-1} \frac{2 \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k}}{\sum_{p=1}^{n-k} c_{p,k}} \right]$$

Preuve : (voir article Thomas MACK (6))

Ce théorème permet d'estimer le moment d'ordre 2 des réserves par année d'origine et de la réserve totale. Toutefois, elle ne permet pas d'accéder directement à leur distribution prédictive respective.

Des hypothèses additionnelles de forme de distribution peuvent ensuite être effectuées (par exemple lognormale, normale, ...) et des mesures de risque (Var, TailVar, autres) peuvent être appliquées.

Il est important de rappeler que ces résultats obtenus par Thomas Mack ont révolutionné la démarche d'évaluation des provisions dans le secteur de l'assurance.

III- MODELE MUNICH CHAIN LADDER (4)

Présenté par G. Quarg et T. Mack en 2004, cette méthode traite du problème de non-convergence pour une même branche des provisions Chain Ladder issues du triangle des paiements d'une part et de celui des charges. Ce modèle intègre la corrélation naturelle entre paiements et charges par exercice d'origine pour les mêmes délais. Il en résulte que les nouveaux facteurs, prenant en compte cette corrélation, varient d'un exercice à l'autre.

Notations

- P_{ij} : paiements cumulés de l'année d'origine i après j
 $P_i(j) = (P_{ik})_{1 \leq k \leq j}$
- I_{ij} : la charge sinistre de l'année d'origine i vue en fin de $j^{\text{ème}}$ année.
 $I_i(j) = (I_{ik})_{1 \leq k \leq j}$
- Les ratios P/I (la part de la charge estimée effectivement payée) et I/P définit par :
 $(P/I)_{ij} = \frac{P_{ij}}{I_{ij}}$ et $(I/P)_{ij} = \frac{I_{ij}}{P_{ij}}$.
- $(P/I)_j = \frac{\sum_{k=1}^n P_{kj}}{\sum_{k=1}^n I_{kj}}$
- $B_i(j) = \{P_i(j), I_i(j)\}$
- $Q_i = (Q_{ij})_{1 \leq j \leq n}$ où $Q_{ij} = \frac{P_{ij}}{I_{ij}}$ et $Q_{ij}^{-1} = \frac{I_{ij}}{P_{ij}}$.

Hypothèses

H1 : Les v. a $(P_{1j}, I_{1j})_{1 \leq j \leq n}, \dots, (P_{nj}, I_{nj})_{1 \leq j \leq n}$ sont indépendants.

Il en résulte l'indépendance des paiements par exercice d'origine.

H2 : Pour $j = 1, \dots, n - 1$, il existe un paramètre $f_j^{(P)}$ réel tel que conditionnellement :

$$E\left(\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}} | P_i(j)\right) = f_j^{(P)}$$

H3 : Pour $j = 1, \dots, n - 1$, il existe un paramètre $\sigma_j^{(P)} > 0$ tel que conditionnellement :

$$V\left(\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}} | P_i(j)\right) = \frac{(\sigma_j^{(P)})^2}{P_{ij}}$$

Dans une finalité de comparaison, les ratios et facteurs seront standardisés (moyenne nulle, variance unité : étant donné une *v.a.r* X et une condition C , le résidu conditionnel standardisé de X , noté $Res(X|C)$, est défini par

$$Res(X|C) = \frac{X - E(X|C)}{\sigma(X|C)}$$

En particulier :

$$Res\left[\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}} | P_i(j)\right] = \frac{\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}} - f_j^{(P)}}{\sigma_j^{(P)}} \sqrt{P_{ij}}.$$

L'originalité de la méthode repose sur l'hypothèse que, conditionnellement, les facteurs standardisés $Res\left[\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}} | P_i(j)\right]$ sont linéairement corrélés aux ratios (I/P) standardisés soit aux $Res[Q_{ij}^{-1} | P_i(j)]$ d'où l'hypothèse ci-après.

H4 : Pour $j = 1, \dots, n - 1$, il existe un paramètre $\lambda^{(P)}$ réel tel que conditionnellement :

$$E\left\{Res\left[\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}} | P_i(j)\right] | B_i(j)\right\} = \lambda^{(P)} Res[Q_{ij}^{-1} | P_i(j)]$$

Où $\lambda^{(P)}$ le coefficient de corrélation linéaire (conditionnelle) entre $\left(\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}}\right)$ et (Q_{ij}^{-1}) , est supposé indépendant de j .

Estimation des paramètres

Pour $j = 1, \dots, n - 1$, les facteurs Chain Ladder standard $f_j^{(P)}$, ainsi que les paramètres de volatilité $\sigma_j^{(P)}$, sont estimés, de manière semblable au modèle de Mack à l'aide du triangle des paiements. Par analogie, on estimera :

$$- E[Q_{ij}^{-1}/P_i(j)] \text{ par } \hat{q}_j^{-1} = \frac{\sum_{k=1}^n I_{kj}}{\sum_{k=1}^n P_{kj}}$$

$$- \sigma \left[\frac{Q_{ij}^{-1}}{P_i(j)} \right] \text{ par } \frac{\hat{\rho}_j^p}{\sqrt{P_{ij}}} \text{ où } \rho_j^{(P)^2} = \frac{1}{n-j} \sum_{k=1}^{n-j+1} P_{kj} (Q_{kj}^{-1} - \hat{q}_j^{-1})^2$$

$$- \text{Pour } j \leq n-1, \text{Res} \left(\frac{\widehat{P_{i,j+1}}}{P_{ij}} | P_i(j) \right) = \frac{\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}} - \hat{f}_j^{(P)}}{\hat{\sigma}_j^{(P)}} \sqrt{P_{ij}} \text{ et } \text{Res}[\widehat{Q_{ij}^{-1}} | P_i(j)] = \frac{Q_{ij}^{-1} - \hat{q}_j^{-1}}{\hat{\rho}_j^p} \text{ sont des estimateurs}$$

de $\text{Res} \left[\frac{P_{i,j+1}}{P_{ij}} | P_i(j) \right]$ et $\text{Res}[\widehat{Q_{ij}^{-1}} | P_i(j)]$ respectivement.

$$\hat{\lambda}^{(P)} = \frac{\sum_{i,j} \text{Res} \left(\frac{\widehat{P_{i,j+1}}}{P_{ij}} | P_i(j) \right) \text{Res}(\widehat{Q_{ij}^{-1}} | P_i(j))}{\sum_{i,j} [\text{Res}(\widehat{Q_{ij}^{-1}} | P_i(j))]^2} \text{ est l'estimateur des moindres carrés de } \lambda^{(P)}.$$

De ces estimations et de l'hypothèse (H4) on déduit pour l'exercice i , la formule récursive suivante permettant de projeter le triangle en rectangle.

$$\forall j \in \{n-i+1, \dots, n\}, \widehat{P_{i,j+1}} = \widehat{P_{i,j}} \left[\hat{f}_j^{(P)} + \hat{\lambda}^{(P)} \frac{\hat{\sigma}_j^{(P)}}{\hat{\rho}_j^{(P)}} (\widehat{Q_{ij}^{-1}} - \hat{q}_j^{-1}) \right] \text{ où } \widehat{Q_{ij}^{-1}} = \frac{\widehat{P_{ij}}}{\widehat{I_{ij}}}.$$

Pour le triangle des charges, il suffit de remplacer P par I et nous obtenons la formule récursive suivante :

$$\forall j \in \{n-i+1, \dots, n\}, \widehat{P_{i,j+1}} = \widehat{P_{i,j}} \left[\hat{f}_j^{(P)} + \hat{\lambda}^{(P)} \frac{\hat{\sigma}_j^{(P)}}{\hat{\rho}_j^{(P)}} (\widehat{Q_{ij}^{-1}} - \hat{q}_j^{-1}) \right] \text{ où } \widehat{Q_{ij}^{-1}} = \frac{\widehat{P_{ij}}}{\widehat{I_{ij}}}.$$

Avantages et limites

La méthode Munich Chain-Ladder présente donc l'intérêt d'exploiter les montants résultant d'une estimation prudente et d'une estimation plus risquée. Elle se montre donc particulièrement intéressante lorsque les triangles de charges et de règlements aboutissent à des ultimes très différents. Ce cas pourra se présenter notamment dans des branches longues. Néanmoins, sa mise en place est également très complexe. D'autre part son intérêt dépend de la politique de provisionnement de l'entreprise. Si le provisionnement est volontairement prudent, la technique Munich Chain-Ladder perd de son intérêt car l'utilisation seule du triangle des charges suffit.

IV- MODELE LOG-LINEAIRE DE CHRISTOPHIDES

Ce modèle inspiré par le modèle de De Vylder, suppose que les incréments X_{ij} supposés indépendants vérifient $X_{ij} = x_i \cdot y_j$ où x_i correspond à la charge ultime des sinistres survenus au cours de l'année i , et y_j la proportion du montant x_i payé l'année j . On peut alors considérer le modèle log-linéaire suivant,

$$Y_{ij} = \log X_{ij} = \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij},$$

Où les ε_{ij} correspondent aux termes d'erreur, $(\alpha_i)_{1 \leq i \leq n}$ et $(\beta_j)_{1 \leq j \leq n}$ représentent respectivement les années de survenance et de développement de sinistres.

On supposera que les erreurs sont indépendantes et gaussiennes : $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$. Ainsi, X_{ij} suivent une loi Log-normale : $Y_{ij} = \log X_{ij} \sim N(\alpha_i + \beta_j, \sigma^2)$.

Ce modèle est un modèle de régression linéaire dont la mise en œuvre est aisée.

L'estimation des paramètres permet de déduire l'estimation des provisions :

$$\hat{X}_{ij} = \hat{E}(X_{ij}) = e^{\hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j + \frac{\hat{\sigma}^2}{2}}$$

$$\hat{R} = \sum_{i=2}^n \sum_{j=n-i+1}^n \hat{X}_{ij}$$

Ainsi que l'estimation des variances :

$$\hat{V}(X_{ij}) = e^{2(\hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j) + \hat{\sigma}^2} (e^{\hat{\sigma}^2} - 1)$$

$$\hat{V}(R) = \sum_{i=2}^n \sum_{j=n-i+1}^n \hat{V}(X_{ij})$$

Avantages et limites

Ce modèle s'utilise aisément, mais son utilisation est impossible si les incréments sont négatifs. Il n'est donc pas adapté pour les triangles nets d'encours. De plus, l'estimation des provisions croît avec la variance.

V- MODELE POISSONNIEN DE RENSHAW ET VERRALL (1998) (7)

Ce modèle est un cas particulier de modèle GLM (décrit dans (4)) qui permet de répliquer les résultats obtenus par la méthode standard de Chain Ladder. Le modèle GLM est défini par 3 composantes : la composante aléatoire, la composante systématique et la fonction lien.

Composante aléatoire

Elle correspond à la variable à expliquer $X = (X_{ij})_{1 \leq i \leq n}$ ou encore la variable aléatoire réponse dont la distribution appartient à la famille exponentielle :

$$f(x_{ij}; \theta_{ij}; \phi) = \exp \left\{ \frac{\theta_{ij} x_{ij} - b(\theta_{ij})}{\frac{\phi}{w_{ij}}} + c(x_{ij}, \phi) \right\}$$

Où : θ_{ij} est un paramètre réel, appelé paramètre naturel,

$\phi > 0$ (ϕ éventuellement connu) est un paramètre de dispersion indépendant de i et j

w_{ij} est une pondération donnée,

b et c sont des fonctions (dérivables) spécifiques de la distribution, b étant « régulière »¹.

Dans la suite, nous supposons que $w_{ij} = 1$.

Il est établi que $\mu_{ij} = E(X_{ij}) = b'(\theta_{ij})$, soit $\theta_{ij} = b'^{-1}(\mu_{ij})$. De plus nous avons :

$$V(X_{ij}) = \phi b''(\theta_{ij}) = \phi b''[b'^{-1}(\mu_{ij})] = \phi V(\mu_{ij}).$$

La fonction V est appelée fonction variance de la distribution et joue un rôle essentiel dans la modélisation GLM.

Composante déterministe

$\forall i, j \in \{0, \dots, n\}$ $\eta_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j$ où α_i représente la variable année d'origine, β_j la variable délai de règlement et μ représente la variable année calendaire avec comme contrainte du modèle $\alpha_0 = \beta_0 = 0$.

La fonction lien

C'est la fonction qui fait le lien entre la composant aléatoire et la composante systématique. Elle relie l'espérance de la variable à expliquer Y notée μ_{ij} au prédicteur linéaire η . Soit $g(\cdot)$ cette fonction, elle est strictement monotone et dérivable : $\eta_{ij} = g(\mu_{ij})$.

Estimation du modèle

Dans ce modèle nous supposons que :

$$X_{ij} \sim P(\mu_{ij})$$

La fonction de lien dans ce cas est la fonction $\log$, le modèle est donc le suivant :

$$\log(\mu_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j, \text{ avec } \alpha_0 = \beta_0 = 0$$

L'estimation des paramètres du modèle se fait par la méthode du maximum de vraisemblance. Une fois les estimateurs obtenus, on peut calculer un estimateur $\hat{C}_{in}$ de la charge ultime et nous obtenons une estimation des réserves :

$$\forall i = 1, \dots, n \quad \hat{C}_{in} = C_{i,n-i+1} + \sum_{k=n-i+2}^n e^{\hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j}$$

CHAPITRE II : APPLICATION NUMERIQUE

Dans cette partie, il s'agira pour nous de tester quelques méthodes sur des données. Les données utilisées, sont les données du marché Américain, il s'agit d'un portefeuille de la branche Responsabilité civile automobile et médical dont nous avons le rectangle complet de liquidation sur 10 ans. Nous testerons donc quelques méthodes déterministes et stochastiques de provisionnement sur la partir supérieur triangle que nous allons extraire du rectangle afin de déterminer la provision et nous la comparerons à la provision réelle que nous donne le rectangle.

SECTION 1 : METHODES DETERMINISTES

I- CHAIN LADDER

Triangle de règlements cumulés

		Developpement									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Année d'accident	1988	3 092 818	5 942 711	7 239 089	7 930 109	8 318 795	8 518 201	8 610 355	8 655 509	8 682 451	8 690 036
	1989	3 556 683	6 753 435	8 219 551	9 018 288	9 441 842	9 647 917	9 753 014	9 800 477	9 823 747	
	1990	4 015 052	7 478 257	9 094 949	9 945 288	10 371 175	10 575 467	10 671 988	10 728 411		
	1991	4 065 571	7 564 284	9 161 104	10 006 407	10 419 901	10 612 083	10 713 621			
	1992	4 551 591	8 344 021	10 047 179	10 901 995	11 336 777	11 555 121				
	1993	5 020 277	9 125 734	10 890 282	11 782 219	12 249 826					
	1994	5 569 355	9 871 002	11 641 397	12 600 432						
	1995	5 803 124	10 008 734	11 807 279							
	1996	5 835 368	9 900 842								
	1997	5 754 249									

Tableau 3: Triangle de paiements cumulés RC auto et medical

Source Données : <https://www.casact.org/publications-research/research/research-resources/loss-reserving-data-pulled-naic-schedule-p>

Facteurs de développement de Chain Ladder $\hat{f}_j$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{f}_i$	1,8065	1,1999	1,0889	1,0429	1,0205	1,01	1,0051	1,0027	1,0009

Tableau 4: Facteurs de développement f_j du Tableau 3

Nous déduisons le triangle complet ci-après :

		Developpement									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Année d'accident	1988	3 092 818	5 942 711	7 239 089	7 930 109	8 318 795	8 518 201	8 610 355	8 655 509	8 682 451	8 690 036
	1989	3 556 683	6 753 435	8 219 551	9 018 288	9 441 842	9 647 917	9 753 014	9 800 477	9 823 747	9 832 329
	1990	4 015 052	7 478 257	9 094 949	9 945 288	10 371 175	10 575 467	10 671 988	10 728 411	10 757 599	10 766 997
	1991	4 065 571	7 564 284	9 161 104	10 006 407	10 419 901	10 612 083	10 713 621	10 768 615	10 797 912	10 807 345
	1992	4 551 591	8 344 021	10 047 179	10 901 995	11 336 777	11 555 121	11 671 193	11 731 102	11 763 018	11 773 294
	1993	5 020 277	9 125 734	10 890 282	11 782 219	12 249 826	12 500 354	12 625 921	12 690 731	12 725 258	12 736 374
	1994	5 569 355	9 871 002	11 641 397	12 600 432	13 140 534	13 409 279	13 543 976	13 613 498	13 650 536	13 662 461
	1995	5 803 124	10 008 734	11 807 279	12 856 535	13 407 615	13 681 822	13 819 257	13 890 191	13 927 982	13 940 149
	1996	5 835 368	9 900 842	11 880 252	12 935 993	13 490 479	13 766 380	13 904 665	13 976 038	14 014 062	14 026 304
	1997	5 754 249	10 395 258	12 473 514	13 581 975	14 164 150	14 453 829	14 599 019	14 673 956	14 713 879	14 726 733

Tableau 5: Triangle complétée

On déduit les provisions par année de survenance ainsi que la provision globale :

Ri	
	-
	8 582
	38 586
	93 724
	218 173
	486 548
	1 062 029
	2 132 870
	4 125 462
	8 972 484
R	17 138 458

Tableau 6: Réserves Chain Ladder

Validation de modèle

- ✓ **H1** : nous vérifions qu'il existe une relation linéaire entre les paiements cumulés d'une année de développement. Pour cela nous montrons que les couples $(C_{i,j+1}, C_{i,j})$ pour $i = 1, \dots, n - j$ sont *relativement* alignés sur une même droite passant par l'origine pour une année de développement j fixée.

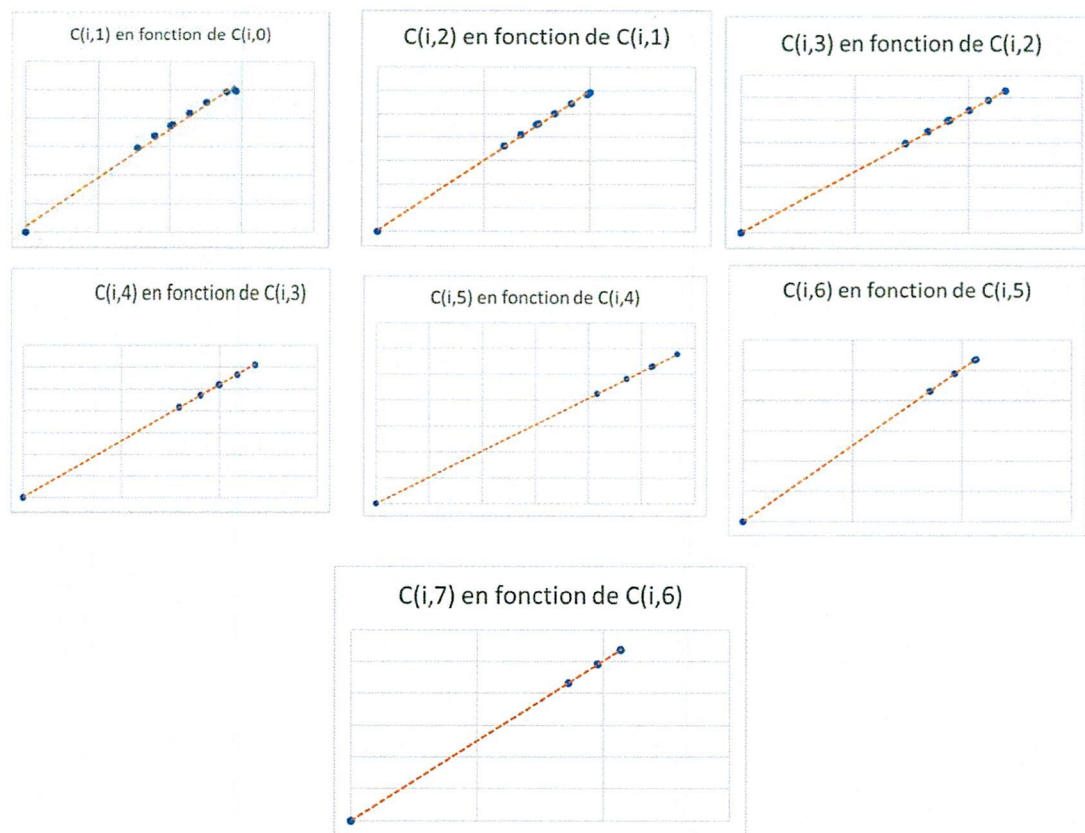


Figure 5: Validation de l'hypothèse H1 de Chain Ladder

Au regard de ces graphes, les couples $(C_{i,j+1}, C_{i,j})$ pour $j = 1, \dots, 7$ et $\forall i$ sont alignés sur les droites passant par l'origine pour chaque année de développement j , par contre les couples $(C_{i,1}, C_{i,0}) \forall i$ ne semble pas totalement alignés. Nous pouvons quand même dire que cette hypothèse est vérifiée.

- ✓ **H2 :** Nous vérifions que les facteurs de développement individuels sont relativement constants pour une même année de développement.

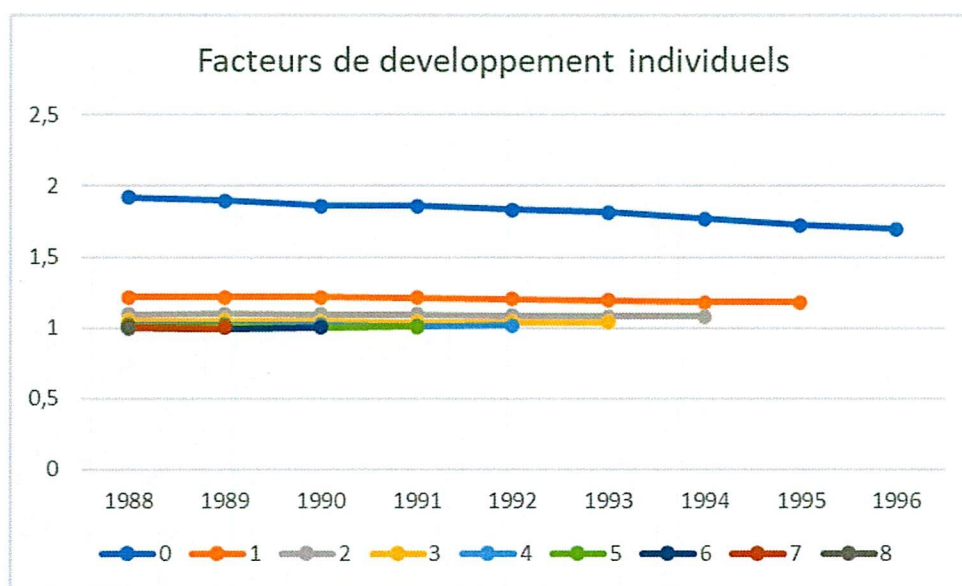


Figure 6: Validation de l'hypothèse H2 de Chain Ladder

Les facteurs de développements individuels ne sont pas vraiment constants pour la première année de développement. Cependant cette condition semble être vérifiée pour les autres années de développement.

Du point de vue déterministe et au regard de ces courbes, nous pouvons valider ce modèle mais tout en précisant qu'il peut ne pas être adapté au portefeuille. Nous en saurons plus sur la variation lorsque nous aborderons la version stochastique de ce modèle.

II- LOSS RATIO SIMPLE

Nous utilisons le même triangle supérieur que celui de Chain Ladder.

Le loss ratio « ultime » à appliquer à toutes les années est celui de la première année d'origine $LR_0 =$

$\frac{C_{1988,9}}{P_{1988}}$ où $C_{1988,9}$ est la charge ultime de l'année d'origine 1988 en question et P_{1998} sa prime

i	P_i
1988	10 410 312
1989	11 634 879
1990	13 073 087
1991	14 422 141
1992	15 802 063
1993	17 105 386
1994	18 499 871
1995	19 619 711
1996	20 438 906
1997	20 907 366

Tableau 7: Primes par année d'accident

Ainsi $LR_0 = 83\%$. Nous déduisons le montant des réserves pour chaque année de survenance R_i et la provision globale R :

	R_i
	0
	0
	122 251
	1 256 756
	1 560 591
	1 947 644
	2 754 461
	4 477 081
	7 063 450
	11 598 865
R	30 781 100

Tableau 8: Provisions Loss Ratio Simple

La provision obtenue en utilisant la méthode du Loss ratio est très supérieur de celle obtenue avec la méthode Chain Ladder soit une différence de **13 642 642** ce qui est quand même considérable.

III- BORNHUETTER FERGUSON

Nous utilisons le triangle supérieur, les primes et le Loss ratio ultime de l'année d'origine (1988) présenté plus haut.

Nous rappelons :

$$\hat{C}_{in}^{(BF)} = \alpha_i \hat{C}_{i,n}^{(CL)} + (1 - \alpha_i) \hat{C}_{in}^{(LR)}.$$

$$\text{Où } \alpha_i = \hat{p}_{n-i} = \frac{1}{\prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{f}_k}$$

Tableau 9: Paramètres et provisions Bornhuetter-Ferguson

i	$\hat{C}_{i,n}^{(CL)}$	$\hat{C}_{i,n}^{(LR)}$	α_i	$\hat{C}_{i,n}^{(BF)}$	Diagonale	R_i
1988	8 690 036	8 640 559	1,000	8 690 036	8 690 036	-
1989	9 832 329	9 656 950	0,999	9 832 176	9 823 747	8 429
1990	10 766 997	10 850 662	0,996	10 767 297	10 728 411	38 886
1991	10 807 345	11 970 377	0,991	10 817 431	10 713 621	103 810
1992	11 773 294	13 115 712	0,981	11 798 171	11 555 121	243 050
1993	12 736 374	14 197 470	0,962	12 792 190	12 249 826	542 364
1994	13 662 461	15 354 893	0,922	13 794 019	12 600 432	1 193 587
1995	13 940 149	16 284 360	0,847	14 298 818	11 807 279	2 491 539
1996	14 026 304	16 964 292	0,706	14 890 435	9 900 842	4 989 593
1997	14 726 733	17 353 114	0,391	16 326 895	5 754 249	10 572 646
					R	20 183 904

Nous obtenons une provision globale qui est plus proche de la méthode Chain Ladder que celle obtenue par la méthode des Loss ratio simple.

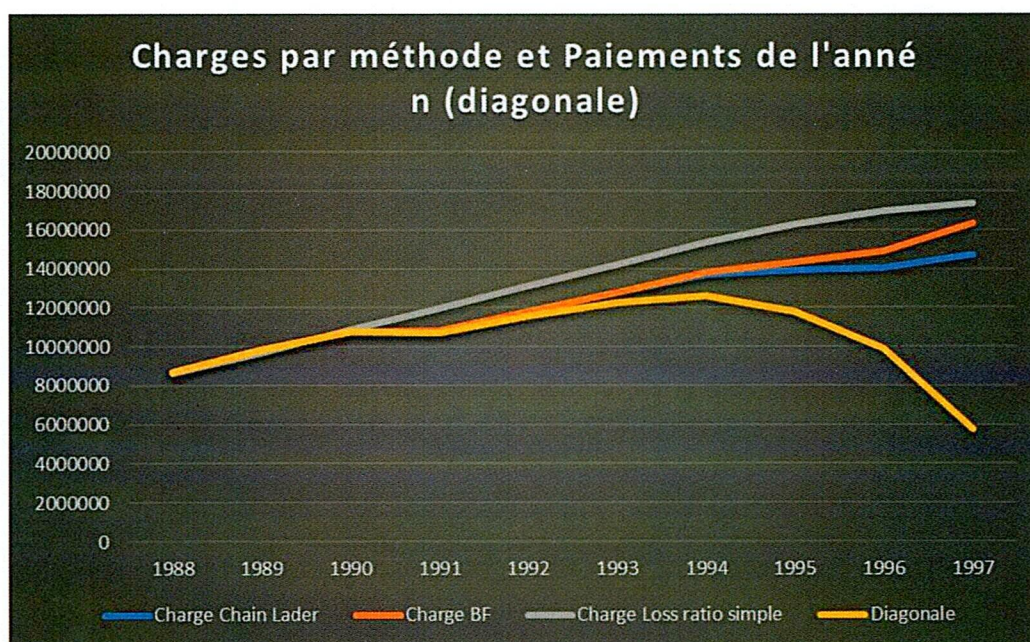


Figure 7: Charges (CL,BF,LR) et diagonale (paiements dernière année)

Lorsque nous analysons les charges, nous remarquons que dans les premières années (1988-1990), autant de crédibilité est accordée aux deux méthodes (Chain Ladder et Loss ratio simple), à partir de l'année 1991 jusqu'à 1995, nous accordons plus de crédibilité à la méthode Chain Ladder par rapport à la méthode Loss Ratio (certainement en raison de sa fragilité sur les années récentes) tandis que de 1996 à 1997 la crédibilité est accordée aux deux méthodes est sensiblement égale.

SECTION 2 : METHODES STOCHASTIQUES

I- MODELE DE MACK OU CHAIN LADDER STOCHASTIQUE

Validation de modèle

Voir Validation de modèle de la méthode Chain Ladder déterministe pour les 2 premières hypothèses.

H3 : Nous vérifions que pour tout j , le graphe des résidus, ne fait apparaître aucune structure aléatoire.

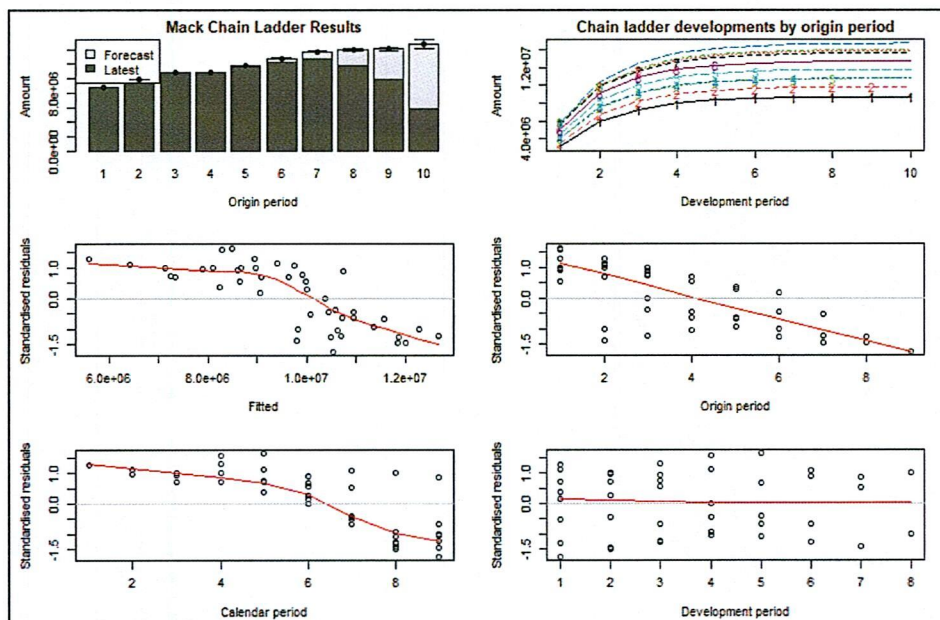


Figure 8: Validation hypothèses Mack

Au regard de ce graphe représentatif des résidus, nous pouvons remarquer que des tendances se dessinent. La structure de ces différents graphes est donc non aléatoire. L'hypothèse (**H3**) semble ne pas être vérifiée.

Les hypothèses **H1** et **H2** semblent être vérifiées, en revanche ce n'est pas le cas pour **H3**. Le modèle de Mack pourrait ne pas être adapté à ce portefeuille. Mais Au regard de la sortie *R* ci-dessous nous observons que le coefficient de variation est de 4%, ce qui est relativement acceptable (moins de dispersion autour de la moyenne).

	Latest	Dev. To. Date	Ultimate	IBNR	Mack. S. E	CV(IBNR)
1	8,690,036	1.000	8,690,036	0	0	NaN
2	9,823,747	0.999	9,832,329	8,582	1,654	0.1927
3	10,728,411	0.996	10,766,997	38,586	6,762	0.1752
4	10,713,621	0.991	10,807,345	93,724	7,330	0.0782
5	11,555,121	0.981	11,773,294	218,173	13,376	0.0613
6	12,249,826	0.962	12,736,374	486,548	30,495	0.0627
7	12,600,432	0.922	13,662,461	1,062,029	57,403	0.0541
8	11,807,279	0.847	13,940,149	2,132,870	98,824	0.0463
9	9,900,842	0.706	14,026,304	4,125,462	213,292	0.0517
10	5,754,249	0.391	14,726,733	8,972,484	633,917	0.0707
Totals						
Latest:	103,823,564.00					
Dev:	0.86					
Ultimate:	120,962,022.52					
IBNR:	17,138,458.52					
Mack. S. E	699,005.33					
CV(IBNR):	0.04					

Figure 9: Sortie R Mack Chain Ladder

II- MODELE DE MUNICH CHAIN LADDER

Ci-après nous présentons les résultats obtenus avec la méthode de Munich Chain Ladder :

MunichChainLadder(Paid = cij, Incurred = iij)							
	Latest Paid	Latest Incurred	Latest P/I Ratio	Ult. Paid	Ult. Incurred	Ult. P/I Ratio	
1	8,690,036	8,723,062	0.996	8,690,036	8,723,062	0.996	
2	9,823,747	9,860,747	0.996	9,831,759	9,855,563	0.998	
3	10,728,411	10,795,387	0.994	10,763,324	10,785,366	0.998	
4	10,713,621	10,825,784	0.990	10,793,505	10,800,205	0.999	
5	11,555,121	11,806,897	0.979	11,731,930	11,713,114	1.002	
6	12,249,826	12,772,186	0.959	12,617,681	12,550,325	1.005	
7	12,600,432	13,721,867	0.918	13,401,453	13,274,959	1.010	
8	11,807,279	14,008,237	0.843	13,383,838	13,159,441	1.017	
9	9,900,842	14,000,714	0.707	12,845,594	12,488,650	1.029	
10	5,754,249	14,256,459	0.404	12,323,010	11,845,910	1.040	
Totals							
	Paid	Incurred	P/I Ratio				
Latest:	1.0e+08	1.2e+08	0.86				
Ultimate:	1.2e+08	1.2e+08	1.01				

Figure 10: Sortie R Munich Chain Ladder

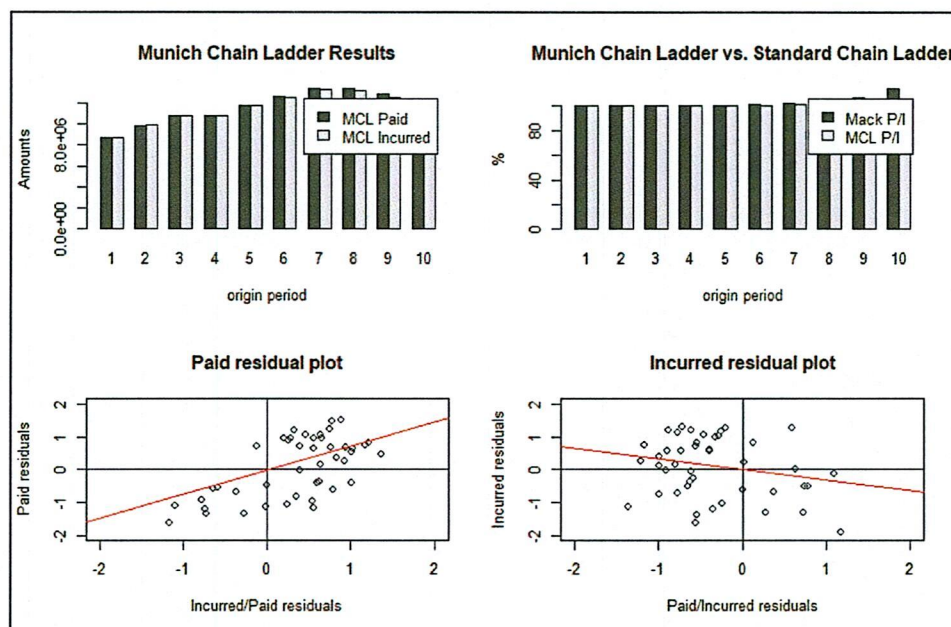


Figure 11: Sortie R, comparaison Chain Ladder et Munich, Residus paiements cumulés et charges

	Provisions sur Paiements	Provisions sur Charges	Ecart
Chain Ladder	17 138 459	13 538 418	3 600 041
Munich Chain Ladder	12 588 566	11 340 005	1 248 561

Tableau 10: Résumé Provisions Munich et Chain Ladder

Nous remarquons qu'en appliquant la méthode Chain Ladder sur les paiements et sur les charges, l'écart est assez considérable. En revanche en appliquant la méthode Munich Ladder l'écart est réduit de plus de moitié.

Si cette méthode permet de faire converger les deux provisions, toutefois cela pourrait avoir un impact sur l'évaluation de la provision.

III- BOOTSTRAP CHAIN LADDER (8)

Si la méthode de Mack permet de déterminer la volatilité, toutefois elle est limitée dans la détermination de l'intervalle de confiance en raison du fait qu'elle ne permet pas d'accéder à la distribution prédictive. Pour résoudre ce problème nous utilisons la méthode du Bootstrap adaptée au modèle Chain Ladder (pour plus de détails voir « Estimation de l'erreur de prédiction dans le cas de l'utilisation d'une combinaison de méthodes pour le calcul de provisions en assurance IARD » de A. Le Tesson, A. Lenain, S. Samba et J. Ung – EURIA – Pages :38-40)

BootChainLadder(Triangle = cij, R = 10000, process.distr = "od.pois")

	Latest	Mean	Ultimate	Mean IBNR	IBNR S.E	IBNR 75%	IBNR 95%
1	8,690,036	8,690,036	0	0	0	0	0
2	9,823,747	9,832,224	8,477	11,968	14,267	30,571	
3	10,728,411	10,767,159	38,748	22,827	52,576	80,188	
4	10,713,621	10,808,052	94,431	33,078	115,031	151,984	
5	11,555,121	11,774,402	219,281	47,476	249,863	301,691	
6	12,249,826	12,738,800	488,974	70,968	536,368	608,083	
7	12,600,432	13,665,898	1,065,466	106,070	1,135,350	1,246,171	
8	11,807,279	13,945,784	2,138,505	152,838	2,240,920	2,391,463	
9	9,900,842	14,030,056	4,129,214	226,158	4,279,371	4,503,111	
10	5,754,249	14,741,557	8,987,308	437,457	9,279,435	9,688,357	

Totals
 Latest: 1.04e+08
 Mean Ultimate: 1.21e+08
 Mean IBNR: 1.72e+07
 IBNR S.E 6.07e+05
 Total IBNR 75%: 1.76e+07
 Total IBNR 95%: 1.82e+07

Figure 13: Sortie R Bootstrap Chain Ladder

	IBNR 1%	IBNR 50%	IBNR 99%
1	0.0	0.0	0
2	-20247.1	6000.5	45444
3	-5223.1	36080.5	102732
4	27055.8	92248.5	182154
5	121112.9	216656.0	339391
6	336481.6	486263.5	667188
7	834007.6	1062956.5	1326766
8	1799565.9	2136152.5	2511699
9	3620463.6	4127157.0	4654072
10	7937247.6	8996302.5	9988901

\$Totals
 Totals
 IBNR 1%: 15762450
 IBNR 50%: 17179220
 IBNR 99%: 18584949

Figure 12: Sortie R Bootstrap Chain Ladder Quantile 1%, Mediane, Quantile 99% des provisions

Cette méthode nous propose une provision de : **17 170 403**.

Dans 99% des cas la provision est supérieure à **15 762 450** et dans 1% des cas la provision est inférieure à **18 584 949**.

IV- COMPARAISON ENTRE LES PROVISIONS REELLES ET LES PROVISIONS OBTENUES A L'AIDE DE CERTAINES METHODES

		Developpement										Diagonale	Cin	Ri
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
Année d'accident	1988	3 092 818	5 942 711	7 239 089	7 930 109	8 318 795	8 518 201	8 610 355	8 655 509	8 682 451	8 690 036	8 690 036	8 690 036	0
	1989	3 556 683	6 753 435	8 219 551	9 018 288	9 441 842	9 647 917	9 753 014	9 800 477	9 823 747	9 835 064	9 823 747	9 835 064	11 317
	1990	4 015 052	7 478 257	9 094 949	9 945 288	10 371 175	10 575 467	10 671 988	10 728 411	10 751 208	10 766 223	10 728 411	10 766 223	37 812
	1991	4 065 571	7 564 284	9 161 104	10 006 407	10 419 901	10 612 083	10 713 621	10 764 008	10 791 892	10 803 222	10 713 621	10 803 222	89 601
	1992	4 551 591	8 344 021	10 047 179	10 901 995	11 336 777	11 555 121	11 661 643	11 713 067	11 738 256	11 749 661	11 555 121	11 749 661	194 540
	1993	5 020 277	9 125 734	10 890 282	11 782 219	12 249 826	12 476 329	12 597 247	12 654 775	12 679 361	12 695 449	12 249 826	12 695 449	445 623
	1994	5 569 355	9 871 002	11 641 397	12 600 432	13 127 982	13 372 438	13 485 776	13 539 920	13 566 840	13 585 195	12 600 432	13 585 195	984 763
	1995	5 803 124	10 008 734	11 807 279	12 797 974	13 337 593	13 594 083	13 723 956	13 789 060	13 831 614	13 849 237	11 807 279	13 849 237	2 041 958
1996	5 835 368	9 900 842	11 715 869	12 726 594	13 304 594	13 572 498	13 703 080	13 769 659	13 804 558	13 821 259	9 900 842	13 821 259	3 920 417	
1997	5 754 249	9 734 300	11 529 307	12 577 738	13 152 582	13 417 034	13 532 455	13 594 991	13 626 908	13 646 252	5 754 249	13 646 252	7 892 003	
												R	15 618 034	

Tableau 11 : Données réelles du portefeuille RC auto et medical

La provision réelle globale à constituer est de : **15 618 034**.

Nous présentons ci-après un résumé des différentes provisions obtenues à l'aide des méthodes statistiques ainsi que la provision réelle globale :

Méthode	Pondération w_{ij}	Provision	Ecart par rapport à la provision réelle	Quantile 1%	Quantile 99%
Chain Ladder	$w_{ij}=1$	17 389 157	1 771 123		
	$w_{ij}=i+j+1$	16 791 282	1 173 248		
	$w_{ij}=(i+j+1)^2$	16 365 334	747 300		
	$w_{ij}=C_{ij}$	17 138 459	1 520 425		
London Chain		15 114 103	- 503 931		
Loss ratio simple		30 781 100	15 163 066		
Bornhuetter Ferguson		20 183 904	4 565 870		
Munich		13 538 418	- 2 079 616		
BootChainLadder		17 170 403	1 552 369	15 762 450	18 584 949

Tableau 12: Résumé des provisions de toutes les méthodes

Au regard de ce tableau, nous pouvons remarquer que les méthodes Munich Chain Ladder ne sont pas adaptées à ce portefeuille car elles donnent des provisions insuffisantes. Comme nous l'avons dit plus haut la méthode Munich en essayant de faire converger les 2 provisions (chain ladder sur paiements cumulés et chain ladder sur charges) peut mal les évaluer tout comme nous le constatons avec ce portefeuille où la provision a été sous-évalué.

La provision obtenue avec la méthode Loss Ratio est près de 2 fois la provision réelle, cela s'explique par le fait que Loss ratio de référence (LR_{1998}) que nous avons choisi ne reflétait par la sinistralité réelle des autres années de survenance. En effet, le Loss ratio réel des années d'accident que nous présentons ci-après montre que le Loss Ratio n'est pas resté constant ce qui n'est généralement pas le cas.

i	LR_i
1988	83%
1989	85%
1990	82%
1991	75%
1992	74%
1993	74%
1994	73%
1995	71%
1996	68%
1997	65%

Tableau 13: Loss Ratio réel

Si cette provision est supérieure à la provision réelle, toutefois l'écart est assez considérable. Cette méthode surévalue les provisions, ce qui pourrait avoir un impact considérable sur la rentabilité de l'entreprise.

La meilleure provision est celle obtenue avec le chain ladder pondéré ($w_{ij} = (i + j + 1)^2$).

Cette méthode donne une provision assez proche de la provision réelle, mais il est difficile de l'expliquer et même de déterminer la volatilité en raison de son caractère déterministe. Cependant, la méthode Chain Ladder de Mack nous donne une provision quand même acceptable avec une volatilité relativement Bonne. Et lorsque nous utilisons la méthode de Bootstrap sur le modèle Chain Ladder en choisissant comme loi la loi de Poisson, nous obtenons des quantiles relativement bons.

Si la méthode déterministe Chain Ladder pondéré donne une provision acceptable, toutefois elle ne nous informe pas sur la volatilité autour de cette estimation.

CONCLUSION

La zone CIMA est en profonde mutation et la problématique du provisionnement sera au cœur des enjeux de la zone. Le système de supervision utilisé dans la zone CIMA est amené à évoluer pour se mettre en phase avec un mouvement qu'on observe au niveau mondial vers le Risk Based Supervision, comme le recommande l'IAIS. En effet, une réforme est actuellement en cours de préparation et permettra à la zone de se hisser au niveau des standards internationaux.

L'objectif du présent mémoire était de présenter le contexte réglementaire dans lequel se situe actuellement la zone CIMA par rapport au contexte réglementaire mondial et d'apporter des critiques sur certaines méthodes de provisionnement tout en les illustrant.

Avec cette nouvelle réforme en cours de préparation, l'évaluation des provisions à l'aide de méthodes statistiques s'imposera sans aucun doute. Il s'agit en réalité d'un minimum en termes d'exigence car ces types d'approches étaient déjà en place dans la plupart des pays développés avant l'adoption du Risk Based Supervision. Toutefois l'application de ces méthodes nécessite une certaine fiabilité et une qualité des données (surtout pour les méthodes stochastiques) d'où l'exigence d'une bonne gestion des données. C'est le problème majeur auquel nous avons fait face lors de notre stage, car il n'a pas été possible de disposer des données de marché de qualité et de profondeur suffisante pour réaliser nos analyses. Nous avons donc été contraints d'utiliser des données du marché américain pour illustrer notre approche.

Nous avons pu remarquer que les méthodes déterministes sont des méthodes algorithmiques et simple à mettre en œuvre. Cependant elles ne permettent pas de mesurer le risque lié à cette estimation et au processus des paiements futurs. La connaissance de la volatilité des engagements peut être un atout important pour les compagnies, en termes de pilotage, mais sera probablement une exigence dans le système de supervisions à venir. Un recours aux méthodes stochastiques s'impose donc.

Les méthodes stochastiques tiennent compte à la fois du risque lié à l'estimation des réserves, mais également du risque lié au processus des sinistres. Certaines méthodes comme la méthode de Mack sont limitées en ce qui concerne la distribution prédictive. En effet, le modèle de Mack fournit uniquement les 2 premiers moments de la sinistralité. Des hypothèses de formes de distribution (lognormale, normale, autres, ...) sont généralement faites afin d'atteindre la distribution prédictive. Dans le cadre de ce mémoire, la technique du bootstrap a été utilisée pour résoudre ce problème.

Il existe plusieurs autres méthodes qui n'ont pas été présentées dans ce mémoire mais qui sont aussi couramment utilisées comme les méthodes stochastiques basés sur les GLM.

D'autre part, les méthodes de provisionnement basées sur les données individuelles des sinistres offrent de nouvelles possibilités d'investigation. Ces approches présentent beaucoup d'intérêt et pourraient normalement permettre une meilleure compréhension des phénomènes observées sur les sinistres. Toutefois sa mise en œuvre reste difficile et demande beaucoup

d'efforts. Malheureusement, le temps imparti pour le stage n'a pas permis de les présenter dans ce mémoire. Ces méthodes seront donc étudiées et implémentées plus tard.

Toutefois, l'utilisation de ces méthodes statistiques dans la zone CIMA impose un assainissement préalable dans la zone à plusieurs niveaux. Au niveau du provisionnement par exemple, la création d'un cadre approprié passe inéluctablement par une exigence en termes de gestion des données au sein des compagnies car les données n'y sont pas toujours disponibles et quand elles le sont, elles ne sont pas toujours fiables ou de qualité. Cette exigence pourrait se matérialiser par des exigences plus fortes en termes de gestion, d'utilisation et de qualité des données. Il faudrait également exiger la présence d'actuaire qualifiés dans les entreprises afin de mieux évaluer les provisions.

Bibliographie

1. Swiss Re. *Non-life claims reserving: Improving on a strategic challenge*. s.l. : Sigma, 2008. pp. 1-39.
2. CIMA. *CODE DES ASSURANCES*. 2018. p. 169.
3. (IAIS), ACCESS TO INSURANCE INITIATIVE (AII) & INTERNATIONAL ASSOCIATION OF INSURANCE SUPERVISORS. *RISK-BASED SUPERVISION IN INCLUSIVE INSURANCE*. 2015.
4. Partrat C., Lecoeur E., NESSI J.M., Nisipasu E., Reiz O. *PROVISIONNEMENT TECHNIQUE EN ASSURANCE NON-VIE*. PARIS : ECONOMICA, 2007.
5. *Claims Reserving Volume 1&2*. Actuaries, Faculty and Institute of.
6. *DISTRIBUTION-FREE CALCULATION OF THE STANDARD ERROR*. MACK, THOMAS. 1993.
7. Denuit M., Charpentier A. *Mathématiques de l'assurance non vie- TOME 2, Tarification, Provisionnement*. s.l. : ECONOMICA, 2005.
8. *Estimation de l'erreur de prédiction dans le cas de l'utilisation d'une combinaison de méthodes pour le calcul de provisions en assurance IARD*. A. Le Tesson, A. Lenain, S. Samba, J. Ung. s.l. : EURIA, 2014.
9. protect-plus-assurances. *protect-plus-assurances*. [En ligne] 2016. <https://protect-plus-assurances.fr/historique-assurance/>.
10. (IAIS), INTERNATIONAL ASSOCIATION OF INSURANCE SUPERVISORS. *INSURANCE CORE PRINCIPLES (ICP)*. 2018.
11. BUI, Christine. *Memoire: Evaluation de l'incertitude dans le provisionnement d'une société d'assurance non vie monobranche*. 2016.
12. *STOCHASTIC CLAIMS RESERVING IN GENERAL INSURANCE*. Verrall, England and. 2002.
13. *stochastic model underlying the Chain-Ladder technique*. Verrall, Renshaw and. 1998.
14. MENKUI, Sophie Christelle. *Provisionnement en assurance non vie et risque*. 2014.

TABLE DES MATIERES

DEDICACES.....	i
REMERCIEMENTS	ii
LISTE DES TABLES	iii
LISTE DES GRAPHIQUES	iv
ABSTRACT.....	vi
INTRODUCTION.....	1
PREMIERE PARTIE : PRESENTATION DU CABINET, ACTIVITE D'ASSURANCE, PROVISIONNEMENT DES SINISTRES, CONTEXTE REGLEMENTAIRE	3
CHAPITRE I : PRESENTATION DU CABINET ET ACTIVITE D'ASSURANCE	4
SECTION 1 : PRESENTATION DU CABINET AROA PARTNERS	4
SECTION 2 : ACTIVITE D'ASSURANCE	4
I- HISTORIQUE	4
II- CONTRAT D'ASSURANCE	5
III- CATEGORIE D'ASSURANCES.....	6
IV- LES BRANCHES D'ASSURANCE	6
CHAPITRE II : PROVISIONNEMENT DES SINISTRES ET CONTEXTE REGLEMENTAIRE	8
SECTION 1 : LE PROVISIONNEMENT DES SINISTRES	8
I- PRINCIPE.....	8
II- EXIGENCE DE DONNEES SUFFISANTES ET DE QUALITE	9
III- CONNAISSANCE PARFAITE DE L'ECOSYSTEME DU PROVISIONNEMENT.....	10
IV- PRINCIPALES ETAPES DU PROVISIONNEMENT	10
SECTION 2 : CONTEXTE REGLEMENTAIRE	11
I- CONTEXTE REGLEMENTAIRE MONDIAL	11
A- LES RECOMMANDATIONS DE L'IAIS (INTERNATIONAL ASSOCIATION OF INSURANCE SUPERVISORS).....	11
B- RISK BASED SUPERVISION (3)	13
C- SOLVABILITE 2	14
D- IFRS 17	17
II- LE MARCHE DE LA ZONE CIMA	17
A- PRINCIPAUX OBJECTIFS DE LA CIMA	17
B- ORGANES DE LA CIMA	18
C- LA CIMA VU DANS LE MONDE	18
D- LA REGLEMENTATION CIMA PAR RAPPORT AU CONTEXTE REGLEMENTAIRE MONDIAL.....	19

DEUXIEME PARTIE : LES METHODES STATISTIQUES DE PROVISIONNEMENT (APPROCHE MACRO) ET APPLICATION NUMERIQUE.....	23
CHAPITRE I : LES METHODES STATISTIQUES DE PROVISIONNEMENT (APPROCHE MACRO)	24
SECTION 1 : LES METHODES DETERMINISTES DE PROVISIONNEMENT	24
I- PRINCIPLE GENERAL (4)	24
II- LES METHODES CHAIN LADDER.....	27
A- LA METHODE DE CHAIN LADDER STANDARD (4)	28
B- LA METHODE DE CHAIN LADDER PONDEREE	30
C- LA METHODE DE LONDON CHAIN (4).....	30
III- LES METHODES BASEES SUR LE LOSS RATIO	31
A- LA METHODE DE LOSS RATIO SIMPLE OU METHODE NAÏVE DU RATIO DE PERTES	31
B- LA METHODE BORNHUETTER-FERGUSON.....	32
IV- LES METHODES DE SEPARATION	34
A- LA METHODE DES MOINDRES CARRES DE DE VYLDER	34
B- LA METHODE DE SEPARATION DE VERBEEK	35
SECTION 2 : LES METHODES STOCHASTIQUES DE PROVISIONNEMENT	36
I- PRINCIPLE GENERAL (4)	36
II- MODELE RECURSIF DE MACK.....	38
III- MODELE MUNICH CHAIN LADDER (4)	41
IV- MODELE LOG-LINEAIRE DE CHRISTOPHIDES	44
V- MODELE POISSONNIEN DE RENSHAW ET VERRALL (1998) (7)	45
CHAPITRE II : APPLICATION NUMERIQUE	47
SECTION 1 : METHODES DETERMINISTES.....	47
I- CHAIN LADDER	47
II- LOSS RATIO SIMPLE.....	50
III- BORNHUETTER FERGUSON	51
SECTION 2 : METHODES STOCHASTIQUES	53
I- MODELE DE MACK OU CHAIN LADDER STOCHASTIQUE.....	53
II- MODELE DE MUNICH CHAIN LADDER	54
III- BOOTSTRAP CHAIN LADDER (8).....	55
IV- COMPARAISON ENTRE LES PROVISIONS REELLES ET LES PROVISIONS OBTENUES A L'AIDE DE CERTAINES METHODES	56
CONCLUSION	59
Bibliographie	62
TABLE DES MATIERES.....	63

