



Mémoire présenté
En vue l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'IIA et de l'ISFA

Par : YONTI TAKALA Reine Kevine

ANALYSE DU SURPLUS EN ASSURANCE VIE

Sous l'encadrement de :

Blaise JEUTANG N. KENDAH
*Postgraduate Diploma in Actuarial
Sciences from Herriot Watt University
Directeur Technique Sanlam Life
Insurance Cameroon*

Eric MANIABLE
Actuaire
Directeur du cabinet Integr-All
Président de la Maison des
Actuaires du Cameroun

Année Académique 2021

SOMMAIRE

SOMMAIRE	1
DEDICACES	3
REMERCIEMENTS	4
LISTE DES ABBREVIATIONS	5
LISTE DES FIGURES.....	6
LISTE DES TABLEAUX.....	9
RESUME.....	10
ABSTRACT	11
INTRODUCTION.....	12
CHAPITRE I. CONTEXTE ENVIRONNEMENTAL ET NOUVELLES REFORMES EN ZONE CIMA 14	
I.1 Contexte environnemental.....	14
I.1.1 Statistiques du marché.....	14
I.1.2 Impact de la COVID-19 sur les compagnies d'assurance vie[1]	16
I.1.3 Montée en puissance des multinationales	17
I.2 Nouvelles réformes en zone CIMA	17
I.2.1 Les nouvelles tables de mortalité	18
I.2.2 Augmentation du Capital Social et du fonds d'établissement des sociétés d'assurance.....	19
I.2.3 Constitution d'une provision de gestion par les assureurs vie	20
I.2.4 Avances sur police	20
I.2.5 Fonds en déshérence.....	21
I.3 Instauration de la TVA sur les produits décès au Cameroun	21
CHAPITRE II. BASES ACTUARIELLES ET IMPACT SUR LES PRODUITS D'ASSURANCE VIE EN ZONE CIMA.....	22
II.1 Présentation des bases actuarielles en assurance vie	22
II.1.1 La table de mortalité.....	22
II.1.2 Le taux d'intérêt	23

II.1.3	Les chargements	24
II.2	Impact des bases actuarielles par type de produits	25
II.2.1	Impact des bases actuarielles sur les produits décès	25
II.2.2	Impact des bases actuarielles sur les produits en cas de vie.....	32
II.2.3	Impact des bases actuarielles sur les produits mixtes.....	39
II.2.4	Impact des bases actuarielles sur les produits de type capitalisation	46
CHAPITRE III. SOURCES DE PROFITS, EVALUATION DES ECARTS ENTRE HYPOTHESES TARIFAIRES ET RESULTATS OBTENUS		50
III.1	Sources de profit de l'activité d'assurance vie	50
III.1.1	Les bénéfices de mortalité.....	50
III.1.2	Les bénéfices financiers	50
III.1.3	Les bénéfices de chargements	51
III.1.4	Autres sources de profit.....	51
III.2	Evaluation théorique des écarts	52
III.2.1	Evaluation des écarts de chargements	52
III.2.2	Evaluation de l'écart financier	55
III.2.3	Evaluation de l'écart de mortalité	56
III.2.4	Cas pratique.....	58
III.3	Modélisation	62
III.3.1	Synthèse des résultats et perspectives.....	75
CONCLUSION		77
BIBLIOGRAPHIE		78
ANNEXES		79

REMERCIEMENTS

Tout d'abord je remercie le Dieu tout puissant pour toutes ses grâces dans ma vie.

Mes sincères remerciements vont ensuite à l'endroit mon encadreur professionnel, M. KENDAH Blaise pour ses conseils, ses critiques et la supervision de mon travail durant mon stage. Monsieur, reconnaissez ici ma profonde gratitude.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance à mon encadreur académique M. Éric MANIABLE pour sa grande disponibilité et son aide précieuse qui m'a permis de progresser de façon efficace dans ce mémoire.

Je remercie également l'ensemble des collaborateurs de Sanlam Life Insurance Cameroon pour leur accueil chaleureux.

Je tiens à remercier l'administration et tous les enseignants de l'Institut International des Assurances de Yaoundé et de l'Institut des Sciences Financières et d'Assurances de Lyon pour les connaissances et les valeurs qu'ils m'ont inculqué au cours de ma formation.

Mes remerciements vont également à l'endroit de mes camarades de la 1^{ère} promotion du master actuariat et de la 1^{ère} promotion du master professionnel en assurance de l'IIA pour l'entraide et la solidarité.

Je tiens à témoigner ma reconnaissance à papa DOUANLA Roger et à maman DOUANLA MELI Valentine pour leur amour, leur soutien et leurs conseils.

Enfin, j'adresse un merci spécial à tous ceux qui, de près ou de loin ont contribué à mon épanouissement intellectuel et m'ont soutenu durant ces deux années de formation. Il s'agit entre autres de : DOUANLA Allendé, TAKALA Marc Aurel ; TAKALA JEAN Pierre, MAFFOUO Romaine, GUALEM Sonia, MANFOUO Ines, MBOUGNING Roussel, DOUANLA Lucrèce, NGNINTEDEM ARTHUR, POUOMOGNE Gael, TSAGUE Ornella, NGAKO Larissa, TOCHE Erica, FOGANG Sandra, TIOGOUO Dario, FEUKENG Vanessa, MBEGOUM Sonia, LEUKOUE Linda, TSOBENG Ornella, CHAWOUA Armel, WAGOUM Annie Laure, SIGNE Linda, NGOUANE Aurèle, la famille SONHAFOUO Jean Daniel, la famille NGNINTEDEM Simon, la famille LONKENG Calixte, la famille YEMENE Maurice, la famille KOUAMASSONG Jacques, la famille HIEFOU Olivier, la famille DJIOLIEU Celestin, la famille ZOKO Sylvestre, la famille TSOBENG JACOB.

Figure 16 Evolution de la provision mathématique d'un contrat capital différé lorsqu'on fait varier le taux technique	36
Figure 17 Evolution de la prime d'un contrat capital différé en fonction de l'âge lorsqu'on fait varier le taux de mortalité.....	37
Figure 18 Evolution de la provision mathématique d'un contrat capital différé par année lorsqu'on fait varier le taux de mortalité.....	37
Figure 19 Evolution de la prime d'un contrat capital différé lorsqu'on fait varier les taux de chargements.....	38
Figure 20 Evolution de la prime d'un contrat mixte classique en fonction de l'âge.....	42
Figure 21 Evolution de la provision mathématique d'un contrat mixte classique par année pour un assuré de 45 ans	42
Figure 22 Evolution de la prime d'un contrat mixte classique lorsqu'on fait varier le taux technique	43
Figure 23 Evolution de la provision mathématique d'un contrat mixte classique par année lorsqu'on fait varier le taux technique.....	43
Figure 24 Evolution de la prime d'un contrat mixte classique lorsqu'on fait varier le taux de mortalité	44
Figure 25 Evolution de la provision mathématique d'un contrat mixte classique par année lorsqu'on fait varier le taux de mortalité	44
Figure 26 Evolution de la prime d'un contrat mixte classique lorsqu'on fait varier les taux de chargement	45
Figure 27 Evolution de la PM d'un contrat capitalisation en fonction du temps.....	48
Figure 28 Evolution de la provision mathématique d'un contrat de capitalisation en fonction du taux d'intérêt	49
Figure 29 Evolution de la PM d'un contrat capitalisation lorsqu'on fait varier les taux de chargements.....	49
Figure 30 Pourcentage du chiffre d'affaires par type de produits.....	62
Figure 31 Représentation du nombre de contrats en fonction de la durée	63
Figure 32 Représentation du nombre de contrats capitalisation souscrits par année	64
Figure 33 Représentation du nombre de contrats capitalisation en fonction de l'année d'échéance.....	64
Figure 34 Répartition du nombre de contrat en fonction de l'âge dans le portefeuille en 2020	65
Figure 35 Répartition du nombre de contrats en fonction de la prime cotisée.....	66
Figure 36 Répartition du nombre de prestations par type	66

Figure 37 Répartition du montant de prestations par type	67
Figure 38 Répartition du montant et du nombre de prestations par trimestre	68
Figure 39 Répartition du montant et du nombre de prestations par semestre	68
Figure 40 Répartition du nombre de contrats en fonction de leur durée.....	70
Figure 41 Répartition du nombre d'assurés des contrats décès en fonction de l'âge à la souscription	71

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Répartition du chiffre d'affaires des compagnies d'assurance par continent.....	14
Tableau 2 Répartition du chiffre d'affaires en assurance vie des pays de la zone CIMA en 2019.....	16
Tableau 3 Répartition des frais généraux par type de produits.....	62
Tableau 4 Commissions payées par type de produit.....	63
Tableau 5 Répartition du pourcentage des contrats capitalisation en fonction de la durée	63
Tableau 6 Statistique descriptive de la durée des contrats capitalisation.....	63
Tableau 8 Statistique descriptive de la durée des contrats décès	70
Tableau 9 Statistique descriptive de l'âge à la souscription des contrats décès.....	71
Tableau 10 Résultat financier des produits de type décès.....	73

RESUME

L'assurance est une industrie dont le cycle de production est inversé. En effet, les compagnies d'assurance connaissent leur chiffre d'affaires avant de constater à posteriori leur véritable sinistralité et les frais afférents ce qui les oblige à se projeter dans l'avenir. L'assurance est donc un domaine qui nécessite de la prévisibilité puisque de nombreux enjeux pour l'assureur résident dans sa capacité à faire une estimation du coût futur de chaque contrat de son portefeuille sur la base des hypothèses que la compagnie se fixe au début de l'activité ou en début d'année. En assurance vie, ces hypothèses concernent essentiellement le taux d'intérêt garanti, les chargements de gestion et d'acquisition, et la mortalité. Elles constituent alors ce qu'on appelle les bases actuarielles. En pratique, il est très peu probable que toutes les hypothèses soient remplies au cours d'une année. Ainsi, si l'expérience réelle de la compagnie d'assurance ne suit pas les hypothèses initiales, elle va constater des écarts entre ces hypothèses et la réalité. C'est la somme de ces écarts qui va constituer l'essentiel du résultat (profit/surplus ou perte) de la compagnie d'assurance en fin d'année. L'analyse du surplus consiste donc à éclater le résultat d'une compagnie (profit ou perte) en ces différents écarts qui la constituent.

Mots clés : Profit, bases actuarielles, hypothèses initiales, mortalité, taux d'intérêt, chargements.

ABSTRACT

Insurance is an industry whose production cycle is reversed. Indeed, insurance companies know their turnover before seeing later their true loss experience and the related costs, which obligate them to plan for the future. Insurance is therefore an area that requires predictability since many challenges for the insurer lie in its ability to estimate the future cost of each contract in its portfolio on the basis of the assumptions that the company sets itself at the start of the activity or at the start of the year. In life insurance, these assumptions mainly relate to the guaranteed interest rate, expenses and mortality and constitute what is called the actuarial basis. In practice, it is very unlikely that all of the assumptions will be fulfilled in a year. Thus, if the real experience of the insurance company does not follow the initial assumptions, it will find difference between these assumptions and reality. And it is the sum of these differences that will constitute the essential of the result (profit / surplus or loss) of the insurance company at the end of the year. The surplus analysis therefore consisted in breaking down the result of a company (profit or loss) into these different margins which constitute it.

Keywords: profit, actuarial basis, initial assumptions, mortality, interest rate, expenses.

INTRODUCTION

Assurer la continuité des profits/surplus année après année est l'une des principales responsabilités placées sur le top management d'une compagnie d'assurance vie. Cependant, connaître l'impact des bases actuarielles (mortalité, taux d'intérêt et dépenses) sur les profits/surplus sur une période est capital pour la prise de décision du top management et de son orientation stratégique.

Dans la zone Cima, les compagnies d'assurance vie doivent produire leurs états financiers sur des formats bien précis. Ces états ont pour objectif primaire la solvabilité de la compagnie. Mais en général, ils ne présentent ou ne décrivent pas la constitution du résultat de ladite compagnie, étant donné qu'ils ne font pas ressortir l'impact des bases actuarielles sur les profits/surplus. En fin d'année, le compte d'exploitation général d'une compagnie d'assurance vie nous donne un résultat qui est la résultante des hypothèses prises en début d'année. Une analyse plus approfondie de ce résultat au-delà de ce qui est requis dans les états financiers, serait utile pour aider à comprendre les principales sources qui y ont contribué.

On peut présenter un compte de résultat d'une façon simplifiée comme le montre le tableau suivant :

Synthèse d'un Compte d'Exploitation Général (CEG)	
Provision Mathématiques à l'ouverture (+)
Primes Encaissées (+)
Intérêt reçu (+)
Frais Généraux (-)
Commissions (-)
Sinistres Décès payés (-)
Rachats payés (-)
Maturités payées (-)
Provision Mathématiques à la clôture (-)
Profit/Surplus sur l'année

A la lecture de la synthèse du compte d'exploitation général ci-dessus, on peut se poser les questions suivantes en toute légitimité :

- Quelle était la contribution des affaires nouvelles et des renouvellements sur les profits/surplus ?
- Est-ce que les frais de gestion étaient supérieurs à ceux prévus dans le tarif ?
- Est-ce que les frais d'acquisition étaient supérieurs à ceux prévus dans le tarif ?
- Est-ce que le retour sur investissement était supérieur à celui prévu dans le tarif ?

- Est-ce que les sinistres étaient supérieurs à ceux prévus dans le tarif ?
- Quel était l'impact de la mortalité sur les profits/surplus générés ?

Pour répondre à ces questions, il sera question pour nous dans la cadre de notre travail, d'évaluer les écarts entre les hypothèses tarifaires et les réalisations de la compagnie et de donner des conseils pour mieux les suivre.

Ainsi, dans la suite de notre travail, nous allons présenter dans le premier chapitre le contexte environnemental et les nouvelles réformes dans la zone CIMA, ensuite nous allons présenter les différentes bases actuarielles en assurance vie et étudier leur impact par types de produits dans le deuxième chapitre. A la suite de cette étude nous allons énumérer au troisième chapitre les différentes sources de profit en assurance vie et présenter des démarches pour l'évaluation des écarts et enfin, une comparaison des résultats réels aux résultats attendus sera présentée.

CHAPITRE I. CONTEXTE ENVIRONNEMENTAL ET NOUVELLES REFORMES EN ZONE CIMA

I.1 Contexte environnemental

I.1.1 Statistiques du marché

D'après les statistiques de la FANAF, le marché mondial de l'assurance a atteint 6 292,6 milliards de dollars US de chiffre d'affaires en 2019 contre 4 957,5 milliards de dollars US en 2018, soit une progression de 2,7%. L'Afrique en représente 1,1% (marchés vie et non vie), la plus grande part étant représentée par l'Amérique avec 42,4%, devançant l'Asie (28,1%) et l'Europe (27,1%). Sur la période allant de 2015 à 2019, la répartition vie / non vie a tendance à stagner sur les cinq continents. La part de l'assurance vie dans le chiffre d'affaires en 2019 est plus importante en Afrique et en Asie (68% et 61%) et se situe au-dessus de la moyenne mondiale (46%). [5]

Tableau 1 : Répartition du chiffre d'affaires des compagnies d'assurance par continent

Chiffre d'affaires (en millions de dollars US)	Chiffre d'affaires en vie	% CA vie	Chiffre d'affaires en non vie	Chiffre d'affaires Total	Quote Part	Population en 2019	%
Amérique	746 900	28%	1 920 600	2 667 500	42,39%	1 014 722 000	13,16%
Europe	1 005 006	59%	698 394	1 703 400	27,07%	747 183 000	9,68%
Asie	1 080 066	61%	690 534	1 770 600	28,14%	4 601 371 000	59,65%
Afrique	46 376	68%	21 824	68 200	1,08%	1 308 064 000	16,96%
Océanie	26 528	32%	56 372	82 900	1,32%	42 128 000	0,55%
Total	2 904 876	46%	3 387 724	6 292 600	100%	7 713 468 000	100%

L'Afrique est le deuxième continent le plus peuplé [2] mais ne représente que 1,08% du Chiffre d'affaires mondial. On peut expliquer cela par plusieurs raisons notamment la faiblesse des revenus de la population, le faible contrôle des assurances obligatoires, le comportement des assureurs, le niveau d'éducation.

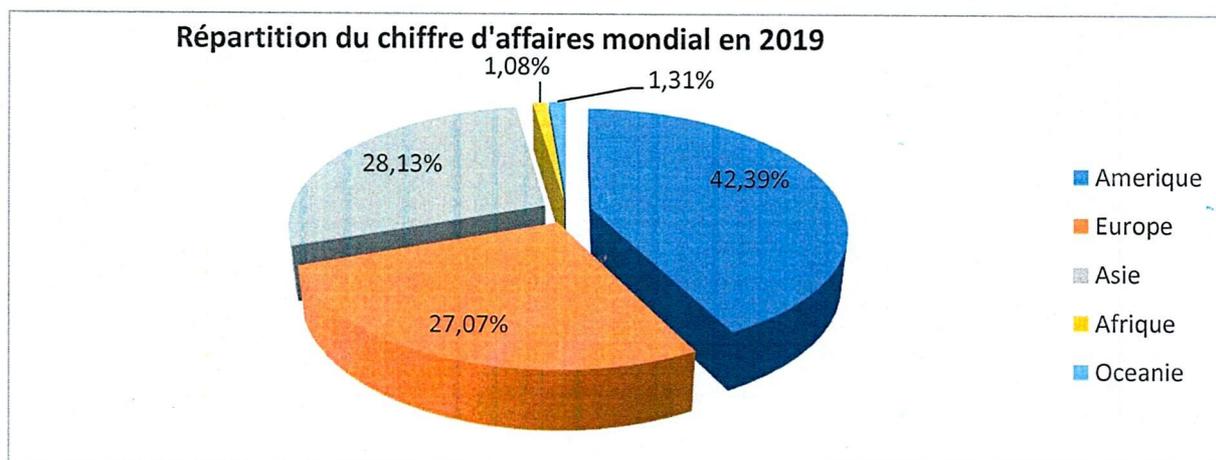


Figure 1 Répartition du chiffre d'affaires mondial des compagnies d'assurance vie par continent

Notons que la part de l'assurance non vie (56%) dans le chiffre d'affaires mondial en 2019 est plus importante que celle en vie, soit 46%.

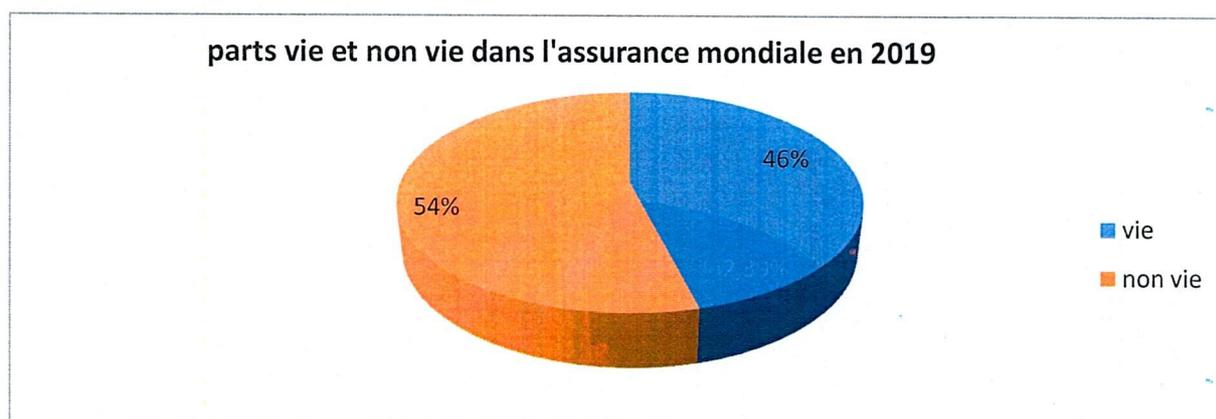


Figure 2 Répartition des parts vie et non vie du chiffre d'affaires des compagnies d'assurance dans le monde

Dans la zone CIMA, les principaux indicateurs [5] au cours de l'exercice 2019 se présentent ainsi qu'il suit :

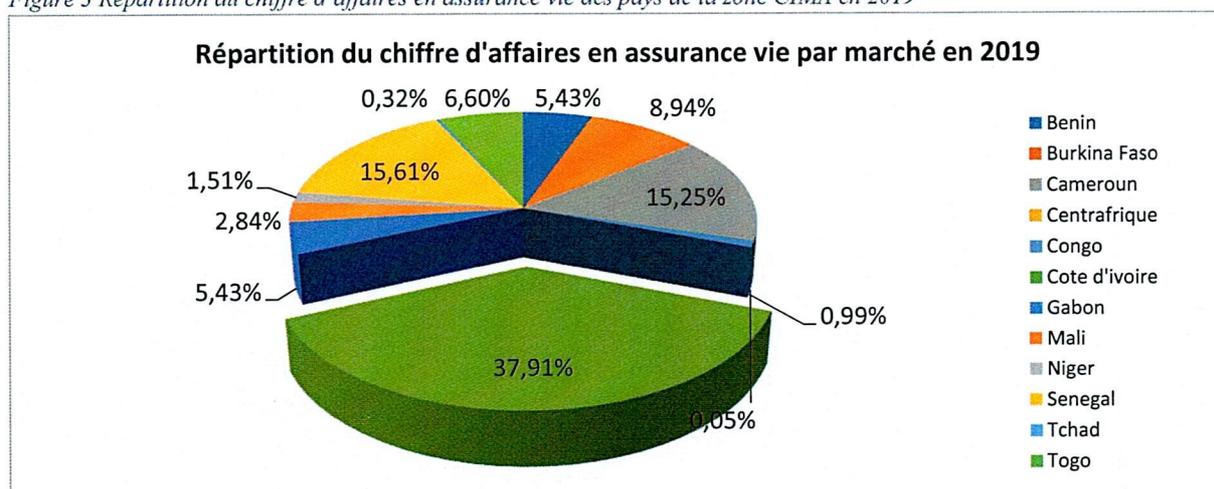
- **La population** de la zone CIMA qui est estimée à 160,90 millions d'habitants dont 69,4% vivant dans l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine UEMOA à l'exception de la Guinée Bissau et 30,6% dans la Communauté Economique et Monétaire de l'Afrique Centrale (CEMAC) ;
- **Le taux de pénétration** qui se situe à 1,0% contre 12,9% en Afrique du Sud, 7,3% en Namibie, 3,9% au Maroc, 2,4% au Kenya, 2,1% en Tunisie, 8,9% en France et 6,0% dans le monde ;
- **La prime d'assurance moyenne par habitant** des marchés CIMA qui est de 13,04 dollars US (7 465,17 francs CFA). Elle est faible comparativement à la moyenne mondiale qui est de 682 dollars US (390 452 francs CFA), à celle de l'Afrique du Sud estimée à 840 dollars US (480 908 francs CFA), de la Namibie 390 dollars US (223 279 francs CFA), du Maroc 127 dollars US (72 709 francs CFA) et de la France 3 667 dollars US (2 099 394 francs CFA) ;
- **L'activité globale** du marché de la zone CIMA, marquée par la progression du chiffre d'affaires qui passe de 1 201,15 milliards de F CFA en 2018 à 1 266,4 milliards de F

CFA en 2019, soit une hausse de 5,43%. En assurances vie et capitalisation, elles se chiffrent à 444 milliards de F CFA (représentant 35,06% de la production globale) contre 406,02 milliards de F CFA en 2018, soit une augmentation de 9,35% [2]

Tableau 2 Répartition du chiffre d'affaires en assurance vie des pays de la zone CIMA en 2019

Pays	Chiffre d'affaires (en milliards de FCFA)	Part du marché
Benin	24,1	5,43%
Burkina Faso	39,7	8,94%
Cameroun	67,7	15,25%
Centrafrique	0,2	0,05%
Congo	4,4	0,99%
Cote d'ivoire	168,3	37,91%
Gabon	20,3	4,57%
Mali	12,6	2,84%
Niger	6,7	1,51%
Sénégal	69,3	15,61%
Tchad	1,4	0,32%
Togo	29,3	6,60%
Total	444	100%

Figure 3 Répartition du chiffre d'affaires en assurance vie des pays de la zone CIMA en 2019



Le principal marché est la Côte d'Ivoire avec 37,91% des parts de marché. Il est suivi du Sénégal avec 15,61%, du Cameroun avec 15,25% et du Burkina avec 8,94%. Les autres marchés se partagent 22,29% du chiffre d'affaires restant de la zone CIMA.[2]

I.1.2 Impact de la COVID-19 sur les compagnies d'assurance vie

La crise sanitaire de la Covid-19 a plongé l'économie mondiale dans l'incertitude. A l'instar de plusieurs secteurs d'activité, l'assurance n'a pas été épargnée.

Du fait de l'interruption des activités économiques pour cause de Covid-19, la sinistralité a évolué à la baisse ou à la hausse selon les branches d'assurance.

D'une manière générale, l'ensemble des branches dommages a enregistré un recul de la sinistralité. Ceci a été principalement observé dans les branches automobile et multirisque habitation. Cette amélioration a conduit certaines entreprises, surtout les mutuelles, à accorder des ristournes aux assurés et à verser les dividendes avant même la clôture des comptes 2020.

Les branches les plus touchées par les effets de la crise sont les garanties annulation d'événements et pertes d'exploitation.

Pour ce qui est de l'impact de la Covid-19 sur la rentabilité des assureurs, le recul des résultats du troisième trimestre 2020 des principaux assureurs et réassureurs a contraint certains acteurs à revoir à la baisse leurs perspectives de croissance pour l'exercice 2020. Les projections pour 2021 et les années suivantes sont, quant à elles, mises en stand-by ou révisées à la baisse.

La baisse du chiffre d'affaires enregistrée par nombre d'acteurs au cours des neuf premiers mois de 2020 s'explique par :

- Le non paiement des primes suite aux difficultés financières des assurés,
- La résiliation de contrats d'assurance,
- La réduction ou suspension de certaines garanties des entreprises en raison de la réduction ou la cessation d'activité,
- Le ralentissement de l'activité économique et commerciale,
- Le faible taux de souscription en ligne des garanties.

I.1.3 Montée en puissance des multinationales

Sur les dix dernières années, nous observons une concurrence rude dans nos marchés, ceci se caractérise par l'arrivée et la présence sur nos marchés des grands groupes panafricanistes et internationaux tels que ALLIANZ, SUNU, NSIA, SANLAM, SONAM, ACTIVA, ATLANTIQUE ASSURANCE, AXA, , Wafa, etc..... On note aussi l'arrivée récente de multinationales telles que : WILLIS TOWER, AON etc.

Également, le groupe anglais Prudential présent au Ghana et en Afrique de l'Est, a pris le contrôle du groupe BENEFICIAL, y compris ses filiales camerounaises.

Tout ceci démontre le potentiel de nos marchés en termes de croissance et de développement.

I.2 Nouvelles réformes en zone CIMA

Le code CIMA est principalement inspiré du code français des assurances. Cependant, nous observons ces dernières années l'implémentation de nouvelles réformes par la CIMA visant à s'adapter au contexte local et ainsi, révolutionner le marché de l'assurance vie dans la zone CIMA.

I.2.1 Les nouvelles tables de mortalité

Par Règlement n°0006/CIMA/PCMA/PCE/2012 modifiant et complétant les dispositions relatives aux tables de mortalité, de nouvelles tables de mortalité ont été publiées pour l'ensemble des compagnies d'assurance de la zone CIMA. Il s'agit de la table de mortalité CIMA H pour les assurances en cas de décès et CIMA F pour les assurances en cas de vie.

Notons que ces nouvelles tables de mortalité viennent en remplacement des tables de mortalité TD CIMA pour les assurances en cas de décès et TV CIMA pour les assurances en cas de vie qui étaient des tables basées sur l'expérience de vie Française entre 1960 et 1964.

Impact sur les tarifs

Les taux de décès de la nouvelle table de mortalité CIMAH sont plus élevés que les anciennes tables TD CIMA aux jeunes âges, et moins élevés au-delà de 33 ans, avec des écarts croissant fortement au-delà de 50 ans.

Les taux de décès des tables de mortalité CIMAF et TV CIMA sont très proches jusqu'à 50 ans, et au-delà, la table CIMAF présente des taux de décès inférieurs à ceux de la TV CIMA.

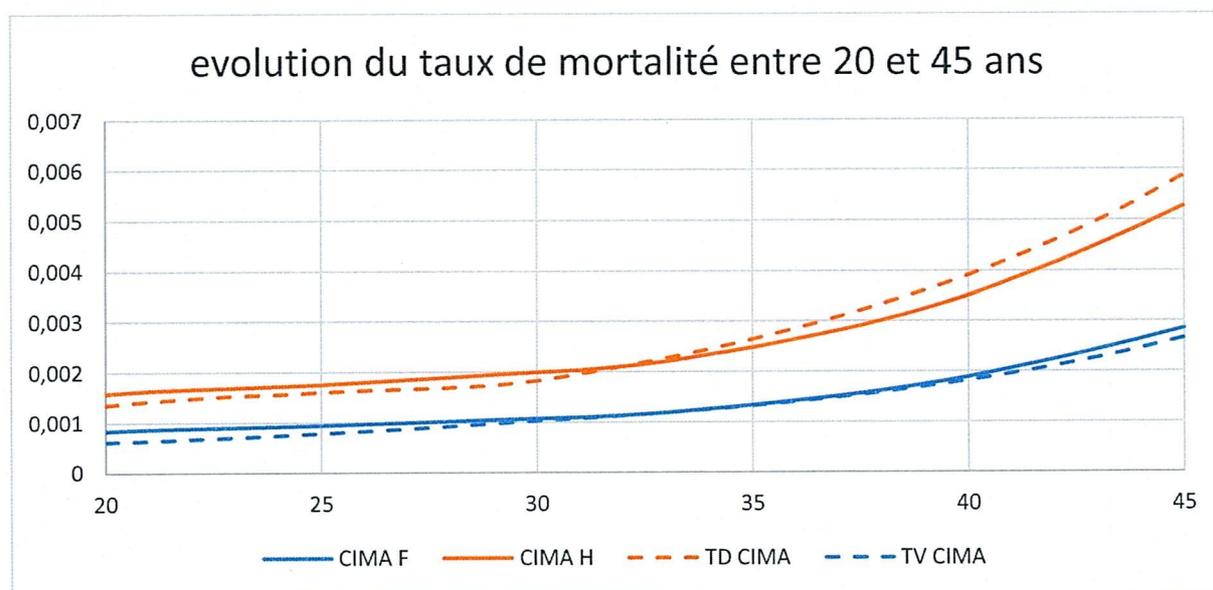


Figure 4 Evolution du taux de mortalité des anciennes et nouvelles tables de mortalité entre 20 et 45 ans

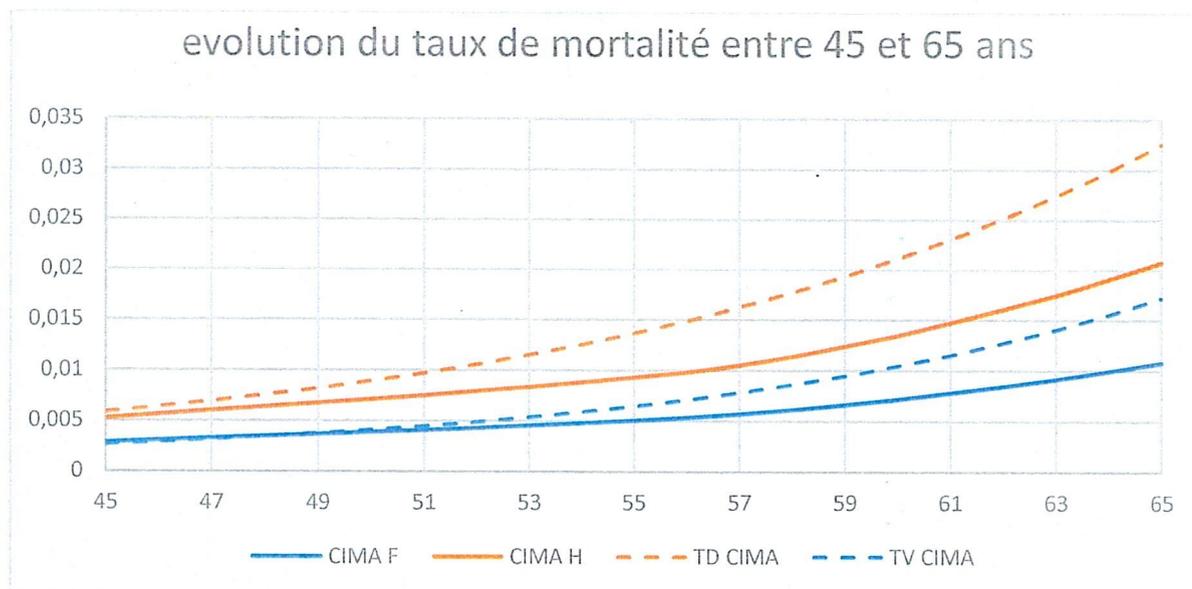


Figure 5 Evolution du taux de mortalité des anciennes et nouvelles tables de mortalité entre 45 et 65 ans

Cela signifie en pratique qu'avec les nouvelles tables de mortalité, les contrats dont la garantie principale est en cas de décès (temporaire décès, rente éducation, décès emprunteur) ont désormais un tarif plus bas tandis que les contrats en cas de vie (capital différé, retraite, rente viagère) ont un tarif plus élevé. [9]

I.2.2 Augmentation du Capital Social et du fonds d'établissement des sociétés d'assurance

Le Conseil des Ministres des assurances a pris lors, de sa réunion du 08 avril 2016, le Règlement n°007/CIMA/PCMA/CE/2016 modifiant et complétant les articles 329-3 et 330-2 du code des assurances relatifs au capital social minimum des sociétés anonymes d'assurances et au fonds d'établissement des sociétés d'assurances mutuelles.

Par cette décision, le capital social minimum des sociétés anonymes d'assurances passe d'un milliard à cinq milliards de Francs CFA et le fonds d'établissement minimum des sociétés d'assurances mutuelles de huit-cents millions à trois milliards de Francs CFA. Pour les sociétés anonymes d'assurances en activité qui ont un capital inférieur à ce minimum, elles disposent d'un délai de trois ans pour porter leur capital social à trois milliards de Francs CFA et de cinq ans pour le porter à cinq milliards de Francs CFA à compter de la date d'entrée en vigueur de ces dispositions. En outre, leurs fonds propres ne doivent pas être inférieurs à 80% du montant minimum du capital social.

S'agissant des sociétés d'assurances mutuelles en activité qui ont un fonds d'établissement inférieur à ce minimum, elles disposent d'un délai de trois ans pour porter leurs fonds d'établissement à deux milliards de Francs CFA et de cinq ans pour le porter à trois milliards de Francs CFA à compter de la date d'entrée en vigueur de ces dispositions. La date butoir de la première phase de cette opération a été fixée au 31 Mai 2019.

Toutefois, du fait des contraintes subies par le secteur financier et économique qui ont eu pour conséquence d'allonger sur une année supplémentaire(2020) la finalisation de la première

de l'opération d'augmentation du capital échéant initialement au 31 mai 2019, au regard de l'impact de la pandémie de la Covid-19 sur l'activité et les opportunités d'investissement et après examen de la situation des différents marchés, le conseil des ministres a arrêté plusieurs mesures parmi lesquelles le report de trois ans échéant au 31 décembre 2024 de la seconde phase de l'augmentation de capital à cinq milliards de FCFA et du fonds d'établissement à trois milliards pour les entreprises d'assurance non vie ; La suspension de la seconde phase de l'opération d'augmentation de capital à cinq milliards FCFA pour les entreprises d'assurance vie, assortie d'une réévaluation régulière de la situation. Ces nouvelles dispositions visent à renforcer la solidité financière des compagnies d'assurance et à réduire leur probabilité de ruine.

I.2.3 Constitution d'une provision de gestion par les assureurs vie

Lors de sa session d'avril 2016 tenue à Yaoundé au Cameroun, le Conseil des Ministres de la CIMA a adopté le Règlement n°001/CIMA/PCMA/CE/2016 instaurant une provision de gestion en assurance vie et définissant les modalités de calcul de ladite provision. Cette provision a fait l'objet de plusieurs observations de la FANAF portant à la fois sur sa méthode de calcul et sur les résultats des premières estimations.

Tenant compte de ces observations, le Conseil des Ministres de la CIMA, lors de sa session de septembre 2016 tenue à Paris (République Française), a reporté la constitution de cette provision par les sociétés d'assurance vie.

Le **Règlement n°002/CIMA/PCMA/PCE/2018 du 12 avril 2018** relatif au régime applicable aux organismes d'assurance modifie et complète les dispositions des articles 334-2 et 334-4 du code des assurances portant respectivement sur les provisions techniques et sur la provision de gestion. Désormais, la provision de gestion en assurance vie est destinée à couvrir non seulement les charges de gestion futures des contrats non couvertes par ailleurs, mais également les charges d'acquisition futures desdits contrats.

En outre, les nouvelles dispositions visent à constater les éventuelles pertes futures liées à des frais de gestion non couverts par des ressources issues des prélèvements contractuels, afin de ne pas compromettre à terme la solvabilité des entreprises concernées.

I.2.4 Avances sur police

Le règlement N°0003/CIMA/PCMA/PCE/2014 du 03 avril 2014 relatif aux avances sur polices a modifié l'article 74 pour encadrer le taux d'intérêt des avances. Cet article dispose désormais que le taux doit être inférieur au taux d'intérêt technique maximum, prévu à l'article 338, augmenté du taux de participation aux bénéfices distribués du dernier exercice clôturé plus deux points. Le taux effectif global de l'avance doit être inférieur ou égal au plafond prévu à l'article 74 sans pouvoir excéder 7% (article 74-1 du code CIMA). La durée de remboursement de l'avance sur police doit être inférieure à douze mois. Cette mesure était relative au fait que les compagnies d'assurance continuaient de prélever les intérêts sur les avances non remboursées par les assurés jusqu'à l'échéance du contrat.

Lors de l'octroi d'une avance, l'assureur est tenu de remettre au contractant un tableau d'amortissement de l'avance ainsi qu'une notice lui expliquant les modalités de calcul des intérêts et de remboursement de l'avance (art 74 du code CIMA).

I.2.5 Fonds en déshérence

Le **Règlement n°003/CIMA/PCMA/PCE/2018 du 12 avril 2018** porte sur les fonds en déshérence liés aux contrats dont les capitaux n'ont pas été versés aux bénéficiaires après le décès de l'assuré, ou en cas de vie de l'assuré au terme du contrat.

Le nouveau texte qui modifie et complète le régime du contrat d'assurance porte la prescription pour les contrats d'assurance à 10 ans contre une prescription quinquennale par le passé. Au terme de ce délai, les fonds non payés aux assurés et bénéficiaires, et conservés par les entreprises d'assurance doivent être reversés à la caisse de dépôt et consignation ou à tout autre organisme habilité.

En complément à cette note, le **Règlement n°007/CIMA/PCMA/PCE/2018 du 05 octobre 2018**, concerne également le régime du contrat d'assurance. Il vise à renforcer le niveau des informations disponibles sur l'assuré en rapport avec la problématique des fonds en déshérence. Le texte énonce clairement le principe selon lequel « les entreprises d'assurance doivent, avant de nouer une relation contractuelle ou d'assister leur client dans la préparation ou la réalisation d'une transaction et pendant toute la durée de la vie d'un contrat, prendre toutes les dispositions pour connaître et actualiser leur connaissance du client et du risque couvert et permettre le respect dans les délais des différents engagements pris ». Cette clarification devrait permettre de réduire les situations dans lesquelles les entreprises d'assurances affirment qu'elles sont dans l'incapacité de payer la prestation du fait d'un manque d'information sur l'assuré ou le bénéficiaire.

I.3 Instauration de la TVA sur les produits décès au Cameroun

Au Cameroun, La loi de finances 2020 adoptée en décembre 2019 confirme l'application de la TVA sur les primes d'assurance vie (contrats décès) à compter du 1^{er} Janvier 2020. Cette mesure, initialement adoptée pour une mise en application en 2019 avait été suspendue à la suite de la mise en garde du marché.

CHAPITRE II. BASES ACTUARIELLES ET IMPACT SUR LES PRODUITS D'ASSURANCE VIE EN ZONE CIMA

II.1 Présentation des bases actuarielles en assurance vie

Les bases actuarielles en assurance vie sont un ensemble d'hypothèses qui permettent de calculer les primes et les provisions mathématiques. Ces hypothèses sont basées sur les paramètres ci-dessous :

- Les tables de mortalité qui donnent des indications sur les probabilités de survie ou de décès entre deux âges donnés,
- Le taux d'intérêt technique qui permet d'actualiser la valeur future des engagements probables des parties,
- Les chargements qui permettent de couvrir les frais engagés par l'assureur.

II.1.1 La table de mortalité

En assurance vie, les risques couverts dépendent de la durée de la vie de l'assuré. Une appréciation chiffrée de la mortalité ou de la survie de l'assuré est donc la préoccupation majeure de l'assureur vie. En d'autres termes, l'assureur vie doit être en mesure d'estimer le nombre de décès ou de survie pour un groupe d'assurés sur une période donnée. Pour cela, l'assureur vie s'appuie sur des statistiques de mortalité présentées sous forme de table dite « **table de mortalité** ». Les tables de mortalité constituent donc un élément essentiel qui se trouve au centre de toutes les activités d'une compagnie d'assurance vie car elles permettent à l'assureur d'estimer les probabilités de décès ou de survie des assurés pour tarifier et provisionner les contrats vie.

Ainsi, une **table de mortalité** appelée aussi **table de survie** est un tableau constitué de données statistiques relatives à la mortalité d'un groupe donné de personnes. Elle donne pour une population d'individus à la naissance (souvent ramenée à $l_0 = 1\ 000\ 000$ pour des raisons de simplicité), pour chaque âge x et cela jusqu'à un âge limite w , le nombre de survivants à l'âge x noté l_x et le nombre de décès constatés à l'âge x noté d_x . L'âge limite w étant l'âge au-delà duquel il n'y a plus de survivants. La connaissance de la table de mortalité d'une population permet de modéliser de manière fine les évolutions démographiques probables de cette population. La mortalité croît avec l'âge, hormis la mortalité infantile des premières années. Elle est différente pour les hommes et pour les femmes.

Le code CIMA impose, en son article 338 modifié par le règlement 0006/CIMA/PCMA/PCE/2012 du 04 octobre 2012, l'usage de tables de mortalité différentes pour les assurances en cas de décès et les assurances en cas de vie :

- Pour les assurances en cas de décès, les assureurs doivent utiliser la table de mortalité CIMA-H de la population masculine, peu importe le sexe de l'assuré ;

- Pour les assurances en cas de vie, les assureurs doivent utiliser la table de mortalité CIMA-F de la population féminine, peu importe le sexe de l'assuré.

Dans le cas de la table CIMA-H du code CIMA par exemple, sur 1 000 000 naissances, seules 990 853 survivront jusqu'à 10 ans, 895 561 jusqu'à 50 ans, 432 348 à 80 ans. La table suppose par ailleurs qu'aucune personne ne survivra au-delà de 106 ans. Il s'agit de l'âge limite de la table.

La réglementation oblige ainsi les assureurs à établir leurs tarifs en se basant sur des hypothèses pessimistes, puisque dans les deux cas (assurance en cas de décès et assurance en cas de vie) le tarif qui en résulte est le plus élevé.

Au plan purement actuariel, cette prudence somme toute justifiée, revient à intégrer de fait une marge technique dans les tarifs des assureurs. Cette marge, qui s'apparente à un chargement de sécurité implicite, permet de protéger l'assureur contre une évolution défavorable de la mortalité (contrats en cas de décès) ou contre un allongement de l'espérance de vie (contrats en cas de vie).

Ce chargement de sécurité ne s'analyse pas pour autant comme un coût supplémentaire à la charge des assurés, puisque les résultats techniques excédentaires entrent dans le calcul de la participation aux bénéfices.

II.1.2 Le taux d'intérêt

Le taux d'intérêt technique est le taux garanti par l'assureur dans les contrats d'assurance vie et de capitalisation. C'est ce taux que l'assureur utilise pour la tarification des contrats.

Ce taux d'intérêt représente le taux de rendement minimum que l'assureur anticipe sur les placements qu'il va réaliser en investissant les primes encaissées. L'assureur s'oblige en quelque sorte à obtenir de ses placements un rendement annuel au moins égal au taux d'intérêt technique.

La réglementation fixe par prudence un plafond de taux d'intérêt technique. Cela implique pour les assureurs de ne pas formuler des hypothèses trop optimistes sur les rendements financiers des placements. C'est en effet en utilisant un taux d'actualisation faible (taux d'intérêt technique) que l'on anticipe les produits financiers les plus faibles et ce d'autant plus nettement que les engagements sont lointains.

De ce fait, il peut arriver que lors de la souscription du contrat, le taux d'intérêt garanti par l'assureur soit inférieur aux taux « du moment » pratiqués par les banques ou les marchés financiers. Cet écart constitue une marge de sécurité nécessaire pour l'assureur qui n'a, en principe, aucune certitude sur le niveau du taux de rendement que lui procurera le placement des primes futures.

Il ne faut pas en conclure cependant que les assurés sont lésés pour autant. Cette pratique tarifaire prudente sera en effet complétée ex post par le mécanisme de participation aux bénéfices.

L'article 338 du code CIMA fixe le plafond du taux d'intérêt technique à 3,5% sous réserve des dispositions de l'article 338-2 du même code. Le taux d'intérêt garanti par l'assureur dans les contrats d'assurance vie et de capitalisation est donc fixé librement par celui-ci, dans la limite du plafond défini par la réglementation.

II.1.3 Les chargements

La prime payée par le souscripteur est dite prime commerciale. Elle se calcule à partir de la prime pure en ajoutant à celle-ci un certain nombre d'éléments appelés chargements puis la taxe pour permettre à l'assureur de faire face au fonctionnement administratif et commercial de son entreprise.

Ainsi, les chargements sont des sommes qui viennent compléter la prime pure pour permettre à l'assureur de couvrir l'ensemble des frais de toutes natures que celui-ci est obligé d'engager pour commercialiser des contrats et les gérer.

Le code CIMA n'impose pas de restrictions relatives aux chargements, néanmoins il précise en son article 338 que les tarifs doivent comporter des chargements permettant la récupération par l'entreprise d'un montant de frais justifiable et raisonnable.

Le choix de leur montant est donc laissé au libre choix de la compagnie d'assurance contrairement aux autres bases tarifaires que sont la table de mortalité et le taux d'intérêt technique.

Les principaux chargements couramment pratiqués sont définis en fonction de la nature des frais qu'ils sont destinés à couvrir. Ainsi on distingue les chargements d'acquisition et les chargements de gestion.

En plus de ces chargements classiques, certains assureurs en fonction de la nature de leurs contrats, du statut de leur société et de leur réseau commercial prélèvent des chargements annexes comme les accessoires par exemple.

a- Les chargements de gestion

Les chargements de gestion sont destinés à couvrir les frais généraux (hors commissions) de toutes natures exposées par l'assureur.

Lors de la conception d'un contrat, les chargements de gestion inclus dans le montant de la prime totale payée par le souscripteur sont destinés à couvrir les frais généraux réellement exposés par l'assureur pour assurer l'exploitation de la compagnie (salaires, encaissement des primes, modification des garanties, courrier, comptabilisation, etc...).

Ils sont généralement exprimés en pourcentage du capital assuré.

L'actuaire fixe leur montant inclus dans chaque prime de manière à ce qu'il couvre au moins les frais généraux de l'assureur. Il doit les calculer à la conception du contrat, alors que les frais généraux de l'assureur ne sont connus avec exactitude qu'après plusieurs années d'exploitation.

L'actuaire peut procéder par ajustement du montant des chargements au fil des exercices comptables. Ainsi, pour une catégorie de contrats donnée, il peut exister dans le portefeuille d'un assureur plusieurs générations de contrats de même nature mais de système de chargement de gestion différents.

b- Les chargements d'acquisition

Les chargements d'acquisition sont destinés à couvrir les frais d'acquisition des contrats qui regroupent l'ensemble des frais liés à la signature d'un nouveau contrat, c'est-à-dire, les frais des réseaux commerciaux (frais de gestion d'une agence) et des services chargés de l'établissement des contrats, des publicités ou du marketing. Ils incluent aussi les commissions d'acquisition (rémunération versée aux apporteurs d'affaires).

Le taux de chargement d'acquisition est généralement exprimé en pourcentage de la prime commerciale.

II.2 Impact des bases actuarielles par type de produits

L'exécution des contrats d'assurance vie dépend de la durée de la vie humaine (survie ou décès). Il en résulte une classification des produits d'assurance vie en fonction du risque assuré en 4 classes principales qui sont : les produits en cas de vie, les produits décès, les produits mixtes et les produits de type capitalisation.

Dans notre étude, nous avons fait varier les paramètres suivants : taux de mortalité, taux d'intérêt technique et taux de chargements afin de voir la sensibilité par rapport aux primes et aux provisions pour chacun de ces groupes de produit.

II.2.1 Impact des bases actuarielles sur les produits décès

Les produits d'assurance de type décès garantissent le paiement d'un capital si l'assuré vient à décéder avant une date ou un âge fixé d'avance. Dans ce type de contrat, l'événement aléatoire est le décès de l'assuré avant une date donnée. Comme exemple de produits décès commercialisés en zone CIMA, on a :

- La temporaire décès qui garantit le paiement d'un capital fixé à l'avance à un bénéficiaire désigné si l'assuré décède avant le terme du contrat. Il existe deux variantes de ce produit : la temporaire décès à capital constant et la temporaire décès à capital dégressif qui sert à garantir les prêts. On parle alors de temporaire décès en couverture de prêt ou de contrat décès emprunteur,
- La rente éducation qui permet aux enfants bénéficiaires de financer leurs études en cas de décès de l'assuré.
- La vie entière (immédiate ou différée) qui garantit le paiement d'un capital au décès de l'assuré quelle que soit la date du décès pour la vie entière immédiate et quelle que soit la date de décès au-delà d'une période de différée pour la vie entière différée.

Exemple illustratif : Temporaire Décès

Expression de la prime :

La prime pure se détermine à partir de l'égalisation des valeurs actuelles probables des engagements respectifs pris par l'assureur et l'assuré en $t = 0$:

$$VAP(\text{Engagements assureur})_{t=0} = VAP(\text{Engagements assuré})_{t=0}$$

Soient x l'âge de l'assuré à la souscription du contrat, n la durée du contrat, p la durée de paiement des primes, f le taux de chargement d'acquisition, g le taux de chargement de gestion et C le capital garanti.

L'expression de la prime est donnée par :

- Pour un contrat à prime unique

$$\text{Prime Pure Unique} = C * \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$\text{Prime Unique Inventaire} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{D_x}$$

$$\text{Prime Unique Commerciale} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(1 - f) * D_x}$$

- Pour un contrat à primes annuelles

$$\text{Prime Pure Annuelle} = C * \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+p}}$$

$$\text{Prime Annuelle Inventaire} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(N_x - N_{x+p})}$$

$$\text{Prime Annuelle Commerciale} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(1 - f) * (N_x - N_{x+p})}$$

Expression de la provision mathématique

Les provisions mathématiques sont définies comme la différence entre la valeur actuelle probable des engagements futurs de l'assureur et celle de l'assuré.

En notant PM_k , la provision mathématique d'un contrat à la fin de son k -ième anniversaire,

on a : $PM_k = VAP(\text{Assureur})_k - VAP(\text{Assuré})_k$

Ainsi, la provision mathématique à la prime d'inventaire pour un contrat temporaire décès est donnée par :

- Pour un contrat à prime unique,

$$PM_k = C * \frac{M_{x+k} - M_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}}$$

- Pour un contrat à primes annuelles,

$$PM_k = \begin{cases} C * \frac{M_{x+k} - M_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n}) - PI * (N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}} & SI k < p \\ C * \frac{M_{x+k} - M_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}} & SI k \geq p \end{cases}$$

Où PI est la prime annuelle d'inventaire pour 1f de capital

Caractéristiques du contrat

Type de produit :	Temporaire Décès
Durée du Contrat :	10 ans
Age à la souscription :	Entre 20 et 70 ans
Capital Garanti :	5 millions

HYPOTHESES DU TARIF	
Table de Mortalité	CIMA H
Taux Technique	3,50%
Chargement de Gestion	0,1% du Capital garanti
Chargement d'acquisition	12% de la prime commerciale

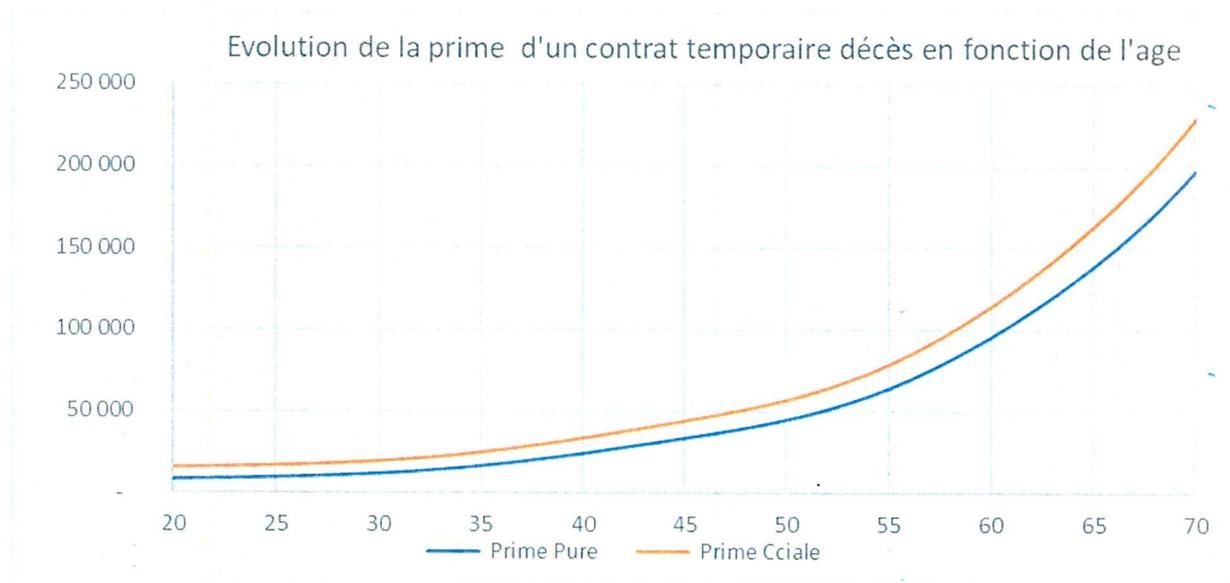


Figure 6 Evolution de la prime d'un contrat temporaire décès en fonction de l'âge

La prime croit avec l'âge. Ce qui est logique car il s'agit d'un contrat en cas de décès et plus l'âge augmente, plus le risque augmente (car la probabilité de décès croit avec l'âge) et donc la prime pour couvrir ce risque est conséquente.

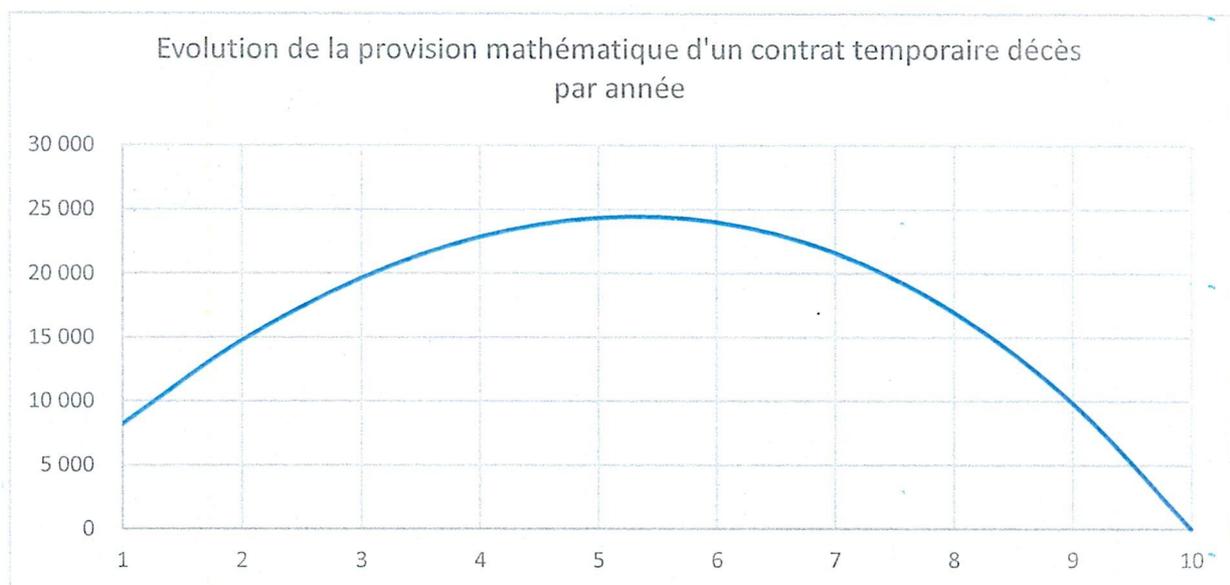


Figure 7 Evolution de la provision mathématique d'un contrat temporaire décès par année pour un assuré de 45 ans

La provision mathématique est croissante les 5 premières années de vie du contrat ensuite elle décroît à partir de la 6^e année pour atteindre 0 au terme du contrat car le contrat est échu sans que le sinistre ne se produise et donc l'assureur ne verse rien à l'assuré

On constate qu'en aucun moment le montant de la provision mathématique n'atteint le capital garanti. Ainsi, dans un contrat en cas de décès, la seule constitution des provisions mathématiques ne suffit pas pour permettre à l'assureur de faire face à ses engagements. Ici,

en plus des provisions mathématiques, c'est la mutualisation des risques qui permet à l'assureur de payer les capitaux prévus au contrat en cas de décès.

a- Lorsqu'on fait varier le taux d'intérêt

Ici, nous faisons varier le taux technique de plus ou moins 1 point c'est-à-dire qu'on considère un taux technique de 2,5% puis de 4,5% pour la tarification et le provisionnement.

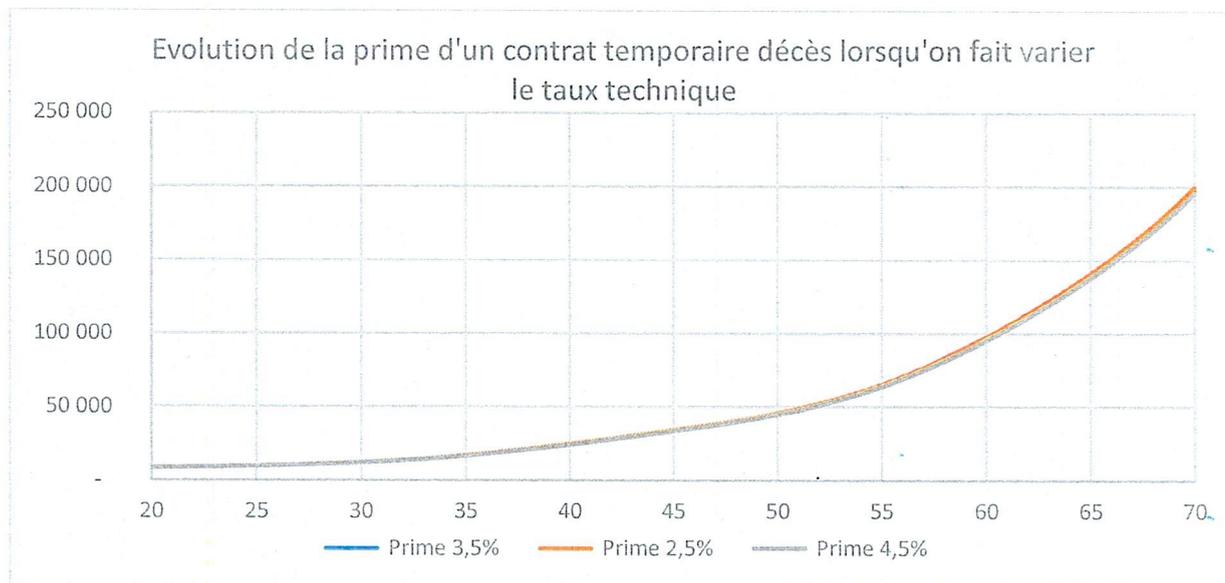


Figure 8 Evolution de la prime d'un contrat temporaire décès lorsqu'on fait varier le taux technique

Ainsi, lorsqu'on baisse le taux d'intérêt technique d'un point, la prime augmente en moyenne de 0.99% et lorsqu'on l'augmente d'un point, elle baisse en moyenne de 0.97%.

La prime des contrats décès est donc peu sensible à la variation du taux d'intérêt.

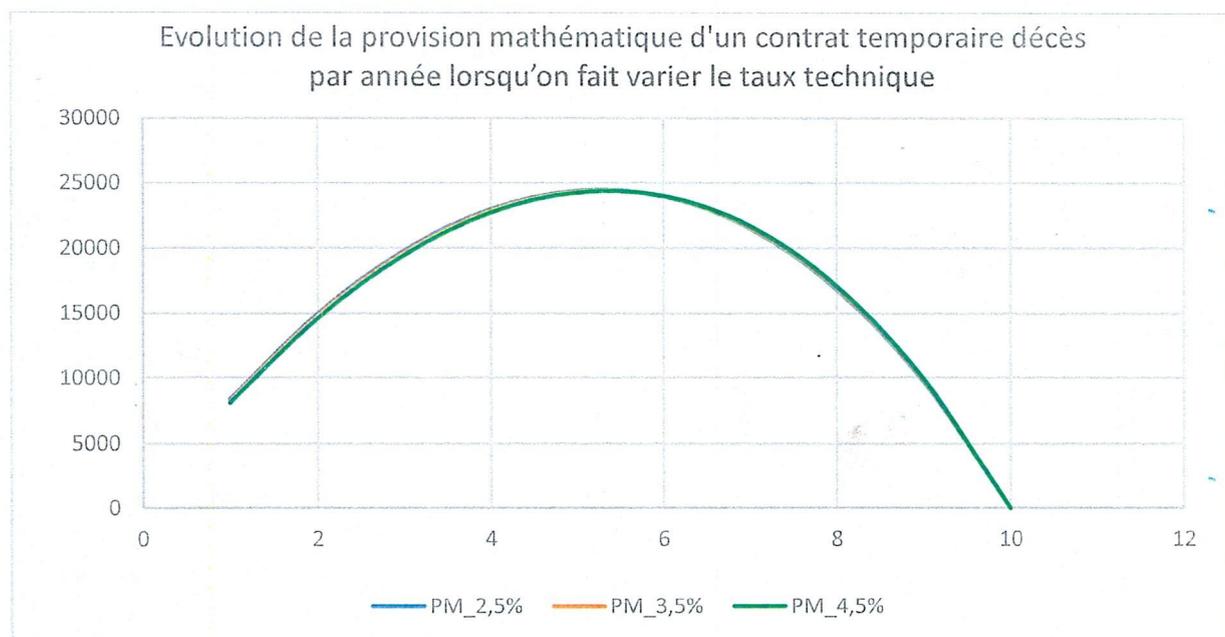


Figure 9 Evolution de la provision mathématique d'un contrat temporaire décès par année lorsqu'on fait varier le taux technique

Lorsqu'on augmente le taux d'intérêt d'un point, la provision mathématique diminue de 0.19% et lorsqu'on le diminue d'un point, la provision mathématique augmente de 0.23%. Du fait de sa faible variation, la provision mathématique est peu sensible à la variation du taux d'intérêt.

b- Lorsqu'on fait varier le taux de mortalité

Pour ce scénario, nous avons vieilli puis rajeuni la table de mortalité réglementaire de 5 ans. Notons que lorsqu'on vieillit la table de mortalité de 5 ans, le taux de décès annuel augmente en moyenne de 50,93% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, il diminue en moyenne de 27,78%.

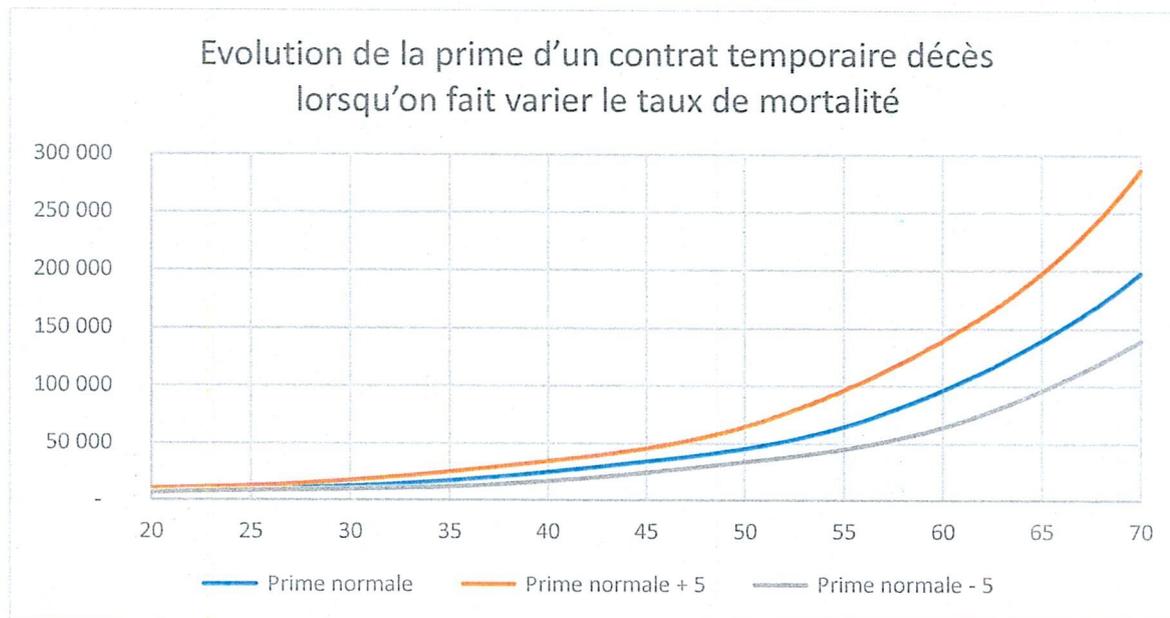


Figure 10 Evolution de la prime d'un contrat temporaire décès lorsqu'on fait varier le taux de mortalité

Lorsqu'on vieillit la table de mortalité réglementaire de 5 ans, les tarifs augmentent en moyenne de 38,72% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, les tarifs baissent en moyenne de 26,11%. Notons que l'écart est plus visible à partir de 35 ans.

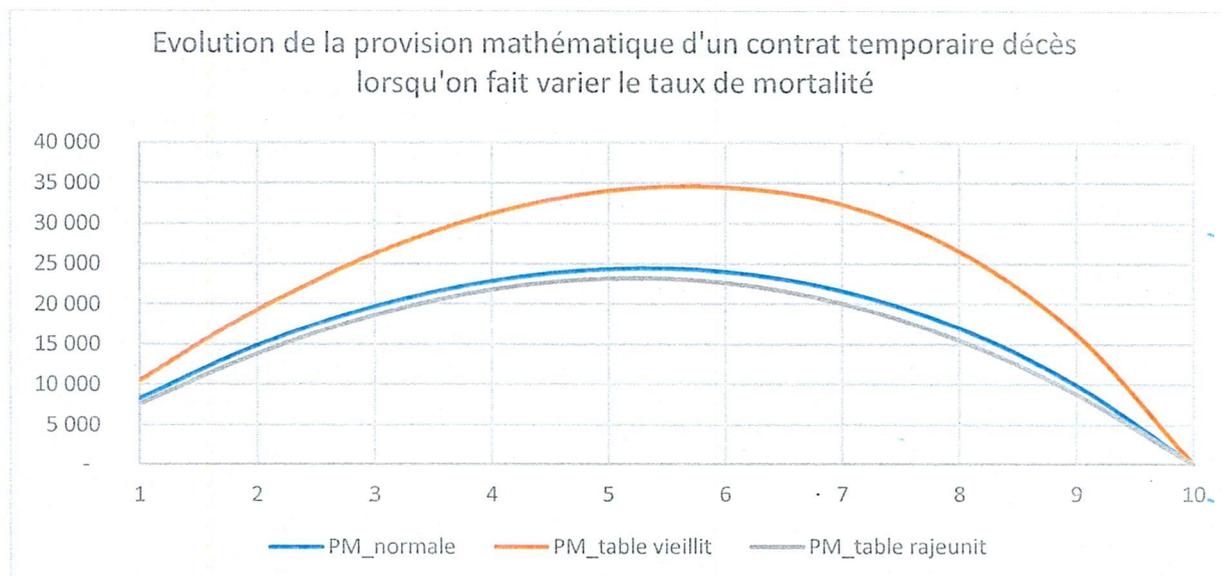


Figure 11 Evolution de la provision mathématique d'un contrat temporaire décès lorsqu'on fait varier le taux mortalité

Lorsqu'on fait vieillir la table de mortalité de 5 ans, la provision mathématique augmente en moyenne de 42,18% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, la provision mathématique diminue en moyenne de 6,71%.

c- Lorsqu'on fait varier les taux de chargements

Ici, nous faisons varier le taux de chargement d'acquisition de plus ou moins 25% et le taux de chargement de gestion de plus ou moins 50%.

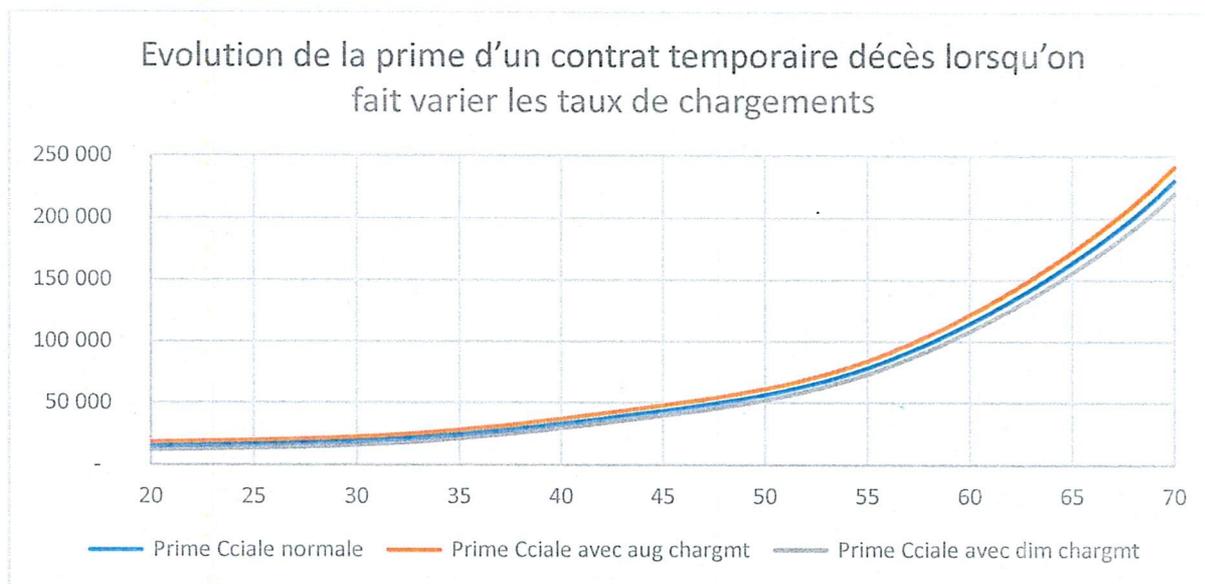
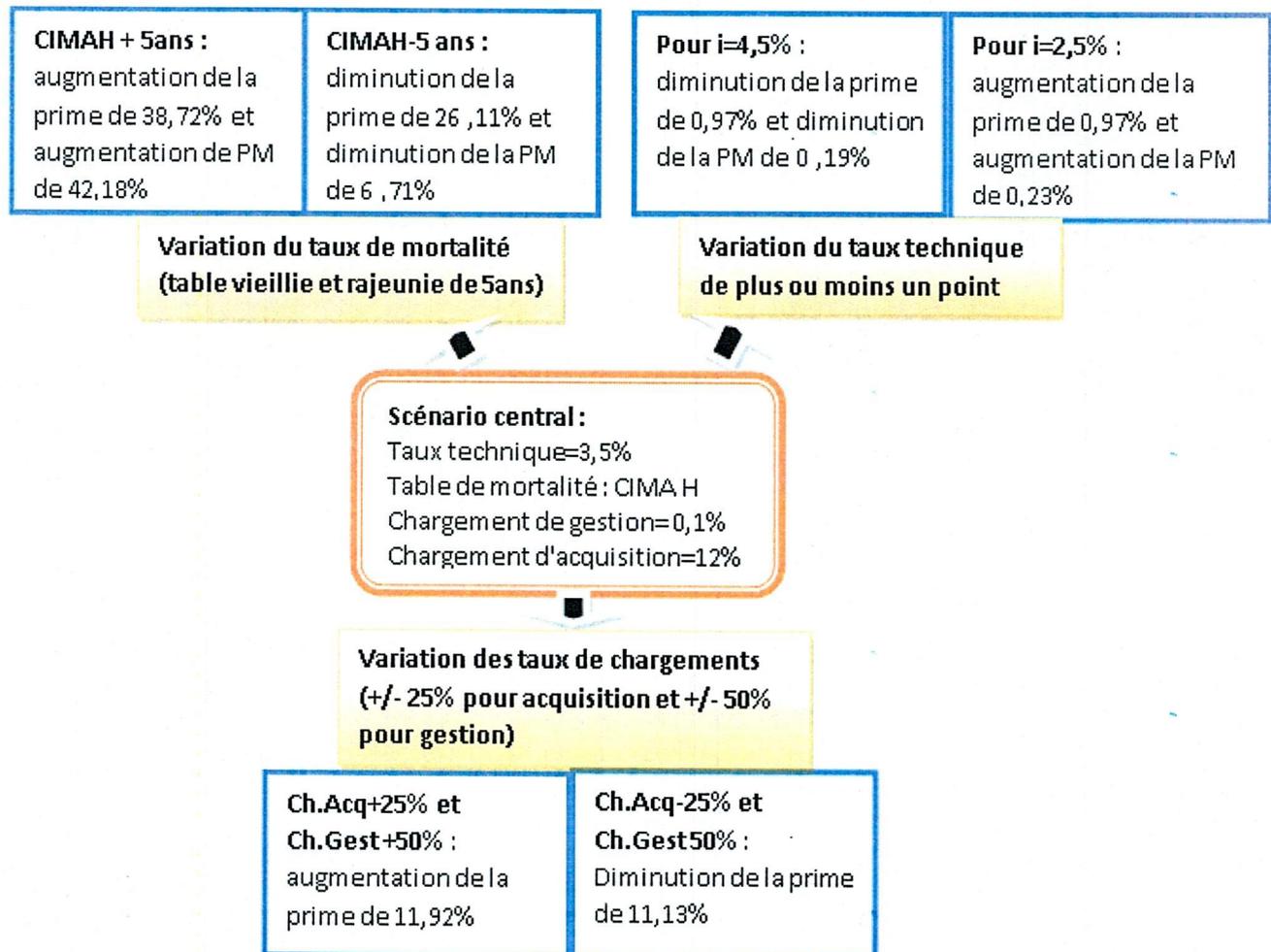


Figure 12 Evolution de la prime d'un contrat temporaire décès lorsqu'on fait varier les taux de chargements

Lorsqu'on augmente le taux de chargement d'acquisition de 25% et le taux de chargement de gestion de 50%, la prime augmente en moyenne de 11,92% et lorsqu'on baisse le taux de chargement d'acquisition de 25% et le taux de chargement de gestion de 50%, la prime diminue en moyenne de 11,13%.



Au vu des résultats de ces différents tests, on constate que les produits décès sont plus sensibles au taux de mortalité et moins sensibles au taux d'intérêt.

II.2.2 Impact des bases actuarielles sur les produits en cas de vie

Les produits d'assurance en cas de vie garantissent le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire désigné si l'aléa est la survie de l'assuré à un âge donné ou à une date donnée. Les principaux produits d'assurance en cas de vie proposés par les compagnies sont :

- Le capital différé (avec ou sans contre assurance) qui garantit le paiement d'un capital au terme du contrat si l'assuré est en vie à cette date. En cas de décès de l'assuré, l'assureur verse le total des primes cotisées si le contrat avait une option contre assurance ou ne paie rien dans le cas contraire.
- Les rentes viagères (immédiate, différée avec ou sans contre assurance) qui consistent pour la première option à verser une rente au bénéficiaire désigné au contrat tant que l'assuré est vivant et pour la seconde option à verser la rente au bénéficiaire jusqu'au décès de l'assuré à partir d'une certaine époque dite différée, si l'assuré est vivant à cette époque. En cas de décès de l'assuré avant le terme du différé, l'assureur verse le cumul des primes déjà payées si le contrat avait une contre assurance ou ne paie rien sinon.

- Les rentes temporaires (immédiate, différée avec ou sans contre assurance) : c'est le contrat rente viagère décrit ci-dessus mais ici, la rente est versée au bénéficiaire pendant une période fixée à l'avance.

Exemple illustratif : Capital différé

Expression de la prime :

La prime pure se détermine à partir de l'égalisation des valeurs actuelles probables des engagements respectifs pris par l'assureur et l'assuré en $t = 0$:

$$VAP (\text{Engagements assureur})_{t=0} = VAP (\text{Engagements assuré})_{t=0}$$

Soient x l'âge de l'assuré à la souscription du contrat, n la durée du contrat, p la durée de paiement des primes, f le taux de chargement d'acquisition, g le taux de chargement de gestion et C le capital garanti.

L'expression de la prime est donnée par :

- Pour un contrat à prime unique,

$$\text{Prime Pure Unique} = C * \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$\text{Prime Unique Inventaire} = C * \frac{D_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{D_x}$$

$$\text{Prime Unique Commerciale} = C * \frac{D_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(1 - f) * D_x}$$

- Pour un contrat à primes annuelles,

$$\text{Prime Pure Annuelle} = C * \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+p}}$$

$$\text{Prime Annuelle Inventaire} = \frac{D_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(N_x - N_{x+p})}$$

$$\text{Prime Annuelle Commerciale} = \frac{D_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(1 - f) * (N_x - N_{x+p})}$$

Expression de la provision mathématique

En notant PM_k , la provision mathématique d'un contrat à la fin de son k-ième anniversaire,

on a: $PM_k = VAP(\text{Assureur})_k - VAP(\text{Assuré})_k$

Ainsi, la provision mathématique à la prime d'inventaire pour un contrat capital différé est donnée par :

- Pour un contrat à prime unique

$$PM_k = C * \frac{D_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}}$$

- Pour un contrat à primes annuelles,

$$PM_k = \begin{cases} C * \frac{D_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n}) - PI * (N_{x+k} - N_{x+p})}{D_{x+k}} & SI k < p \\ C * \frac{D_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}} & SI k \geq p \end{cases}$$

Ou PI est la prime annuelle d'inventaire pour 1f de capital

Pour ce cas, les primes sont payables annuellement sur toute la durée du contrat.

Caractéristiques du contrat

Type de produit	Capital Différé sans contre assurance
Durée du Contrat	10 ans
Age à la souscription	Entre 20 et 70 ans
Capital Garanti	5 millions

HYPOTHESES DU TARIF	
Table de Mortalité	CIMA F
Taux Technique	3,50%
Chargement de Gestion	0,15% du Capital garanti
Chargement d'acquisition	8% de la prime commerciale

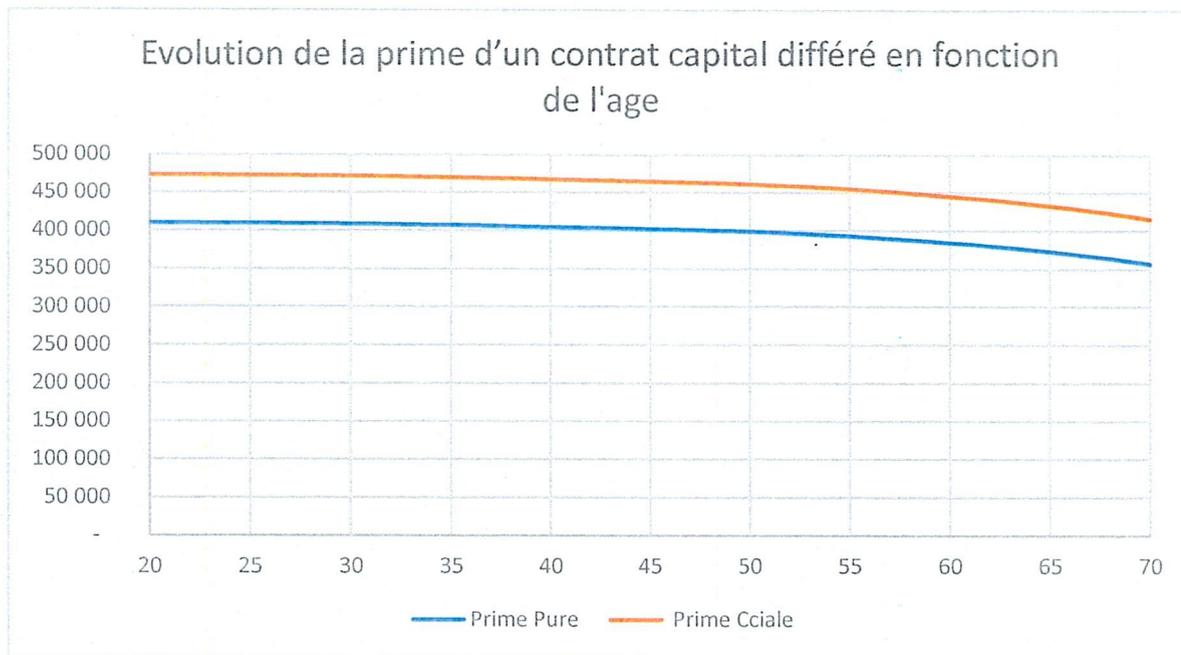


Figure 13 Evolution de la prime d'un contrat capital différé en fonction de l'âge

La prime décroît très faiblement avec l'âge ce qui traduit le faible impact la table de mortalité. Il est évident que les primes décroissent puisque le capital est versé en cas de vie et plus on est âgé, plus la probabilité d'être en vie et donc de verser de capital au terme du contrat décroît.

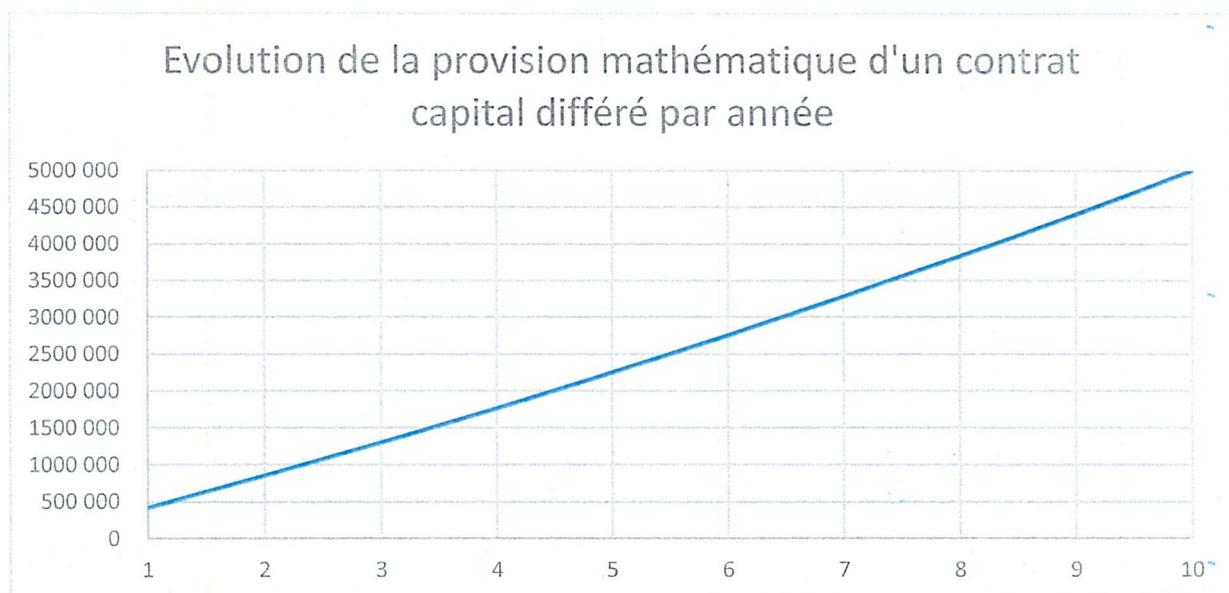


Figure 14 Evolution de la provision mathématique d'un contrat capital différé par année pour un assuré de 45 ans

La constitution des provisions mathématiques d'année en année permet à l'assureur de faire face en cas de vie de l'assuré au terme du contrat à ses engagements c'est-à-dire de verser le capital garanti au contrat.

a- Lorsqu'on fait varier le taux d'intérêt

Ici, nous faisons varier le taux technique de plus ou moins un point. C'est-à-dire qu'on considère un taux technique de 2,5% puis de 4,5% pour la tarification et le provisionnement.

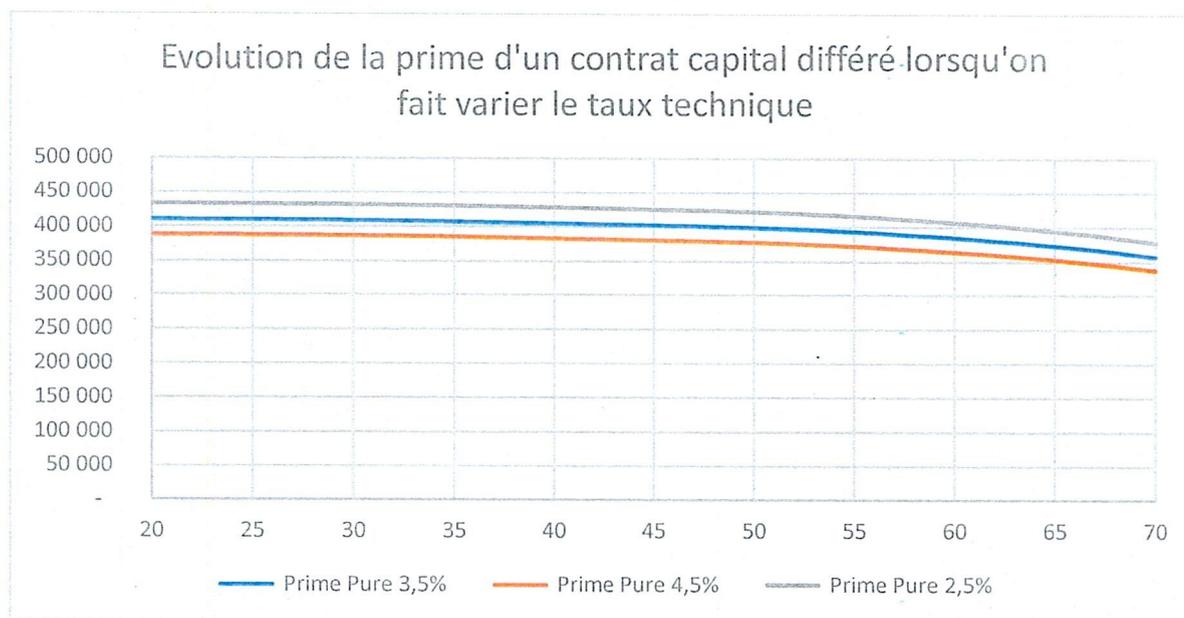


Figure 15 Evolution de la prime d'un contrat capital différé lorsqu'on fait varier le taux technique

Lorsqu'on baisse le taux d'intérêt d'un point, la prime augmente en moyenne de 5,78% et lorsqu'on l'augmente d'un point, la prime diminue en moyenne de 5,49%.

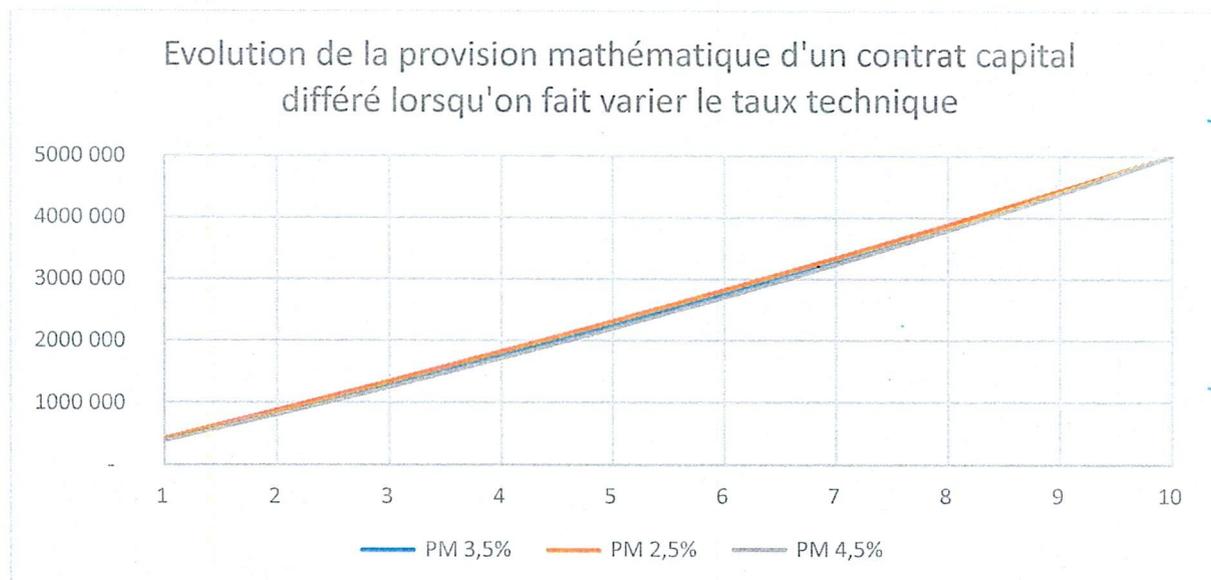


Figure 16 Evolution de la provision mathématique d'un contrat capital différé lorsqu'on fait varier le taux technique

Lorsqu'on augmente le taux d'intérêt d'un point, la provision mathématique diminue de 2,34% et lorsqu'on le diminue d'un point, la provision mathématique augmente de 2,39%.

b- Lorsqu'on fait varier le taux de mortalité annuel

Pour cela, nous avons vieilli puis rajeuni notre table de mortalité de 5 ans. Notons que lorsqu'on vieillit la table de mortalité de 5 ans, le taux de décès annuel augmente en moyenne de 50,93% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, il diminue en moyenne de 27,78%

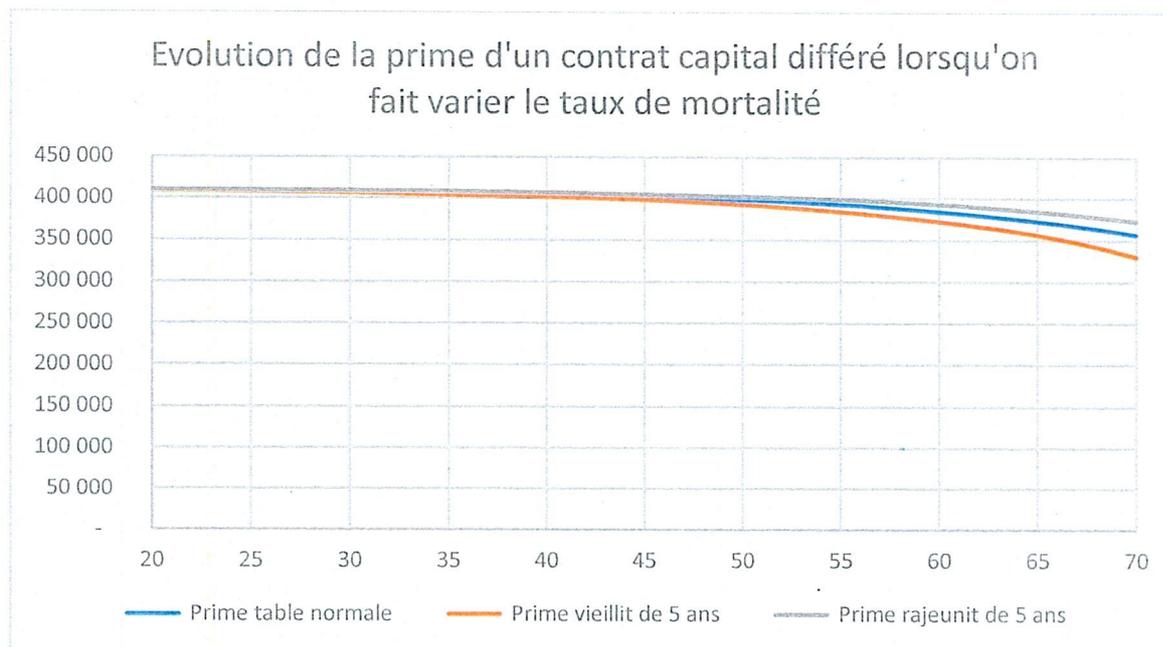


Figure 17 Evolution de la prime d'un contrat capital différé en fonction de l'âge lorsqu'on fait varier le taux de mortalité

Lorsqu'on vieillit la table de mortalité normale de 5 ans, la prime diminue en moyenne de 1,80% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, elle augmente en moyenne de 1.15%. Notons que l'écart au niveau de la prime est plus visible aux vieux âges (à partir de 55 ans).

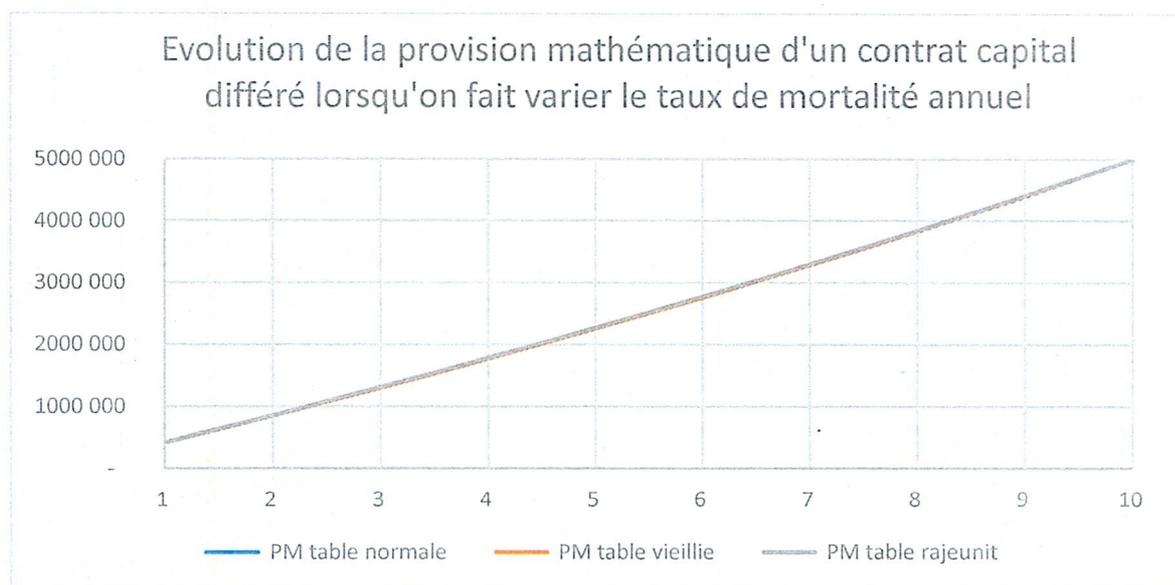


Figure 18 Evolution de la provision mathématique d'un contrat capital différé par année lorsqu'on fait varier le taux de mortalité

Lorsqu'on vieillit la table de mortalité réglementaire de 5 ans, la provision mathématique diminue en moyenne de 0,40% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, elle augmente en moyenne de 0,27%

c- Lorsqu'on fait varier les taux de chargements

Ici, nous faisons varier le taux de chargement d'acquisition de plus ou moins 25% et le taux de chargement de gestion de plus ou moins 50%.

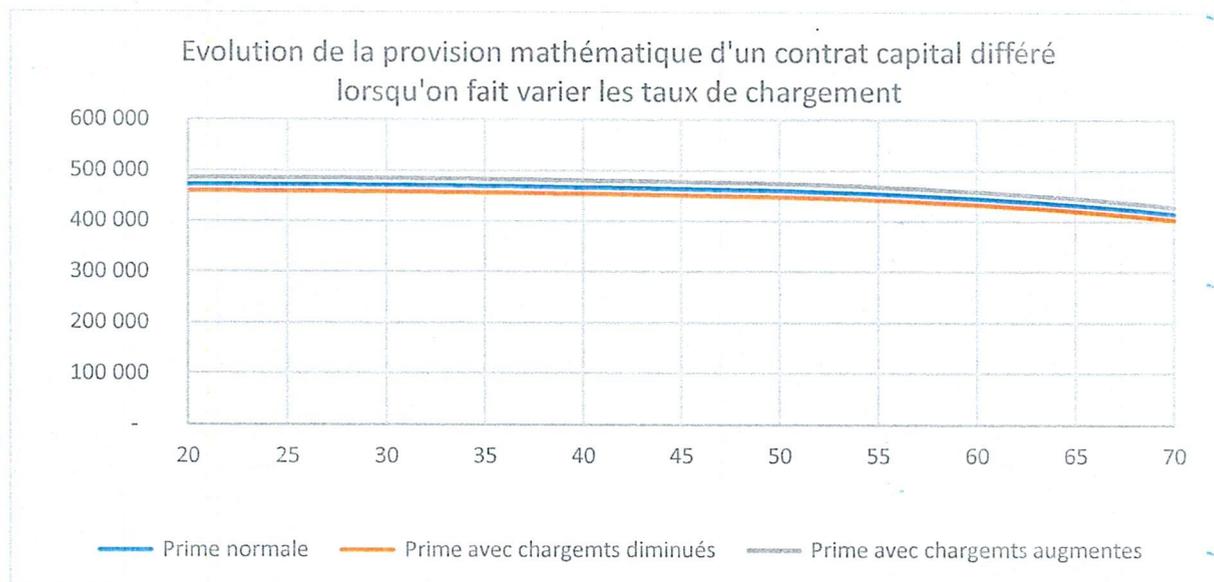
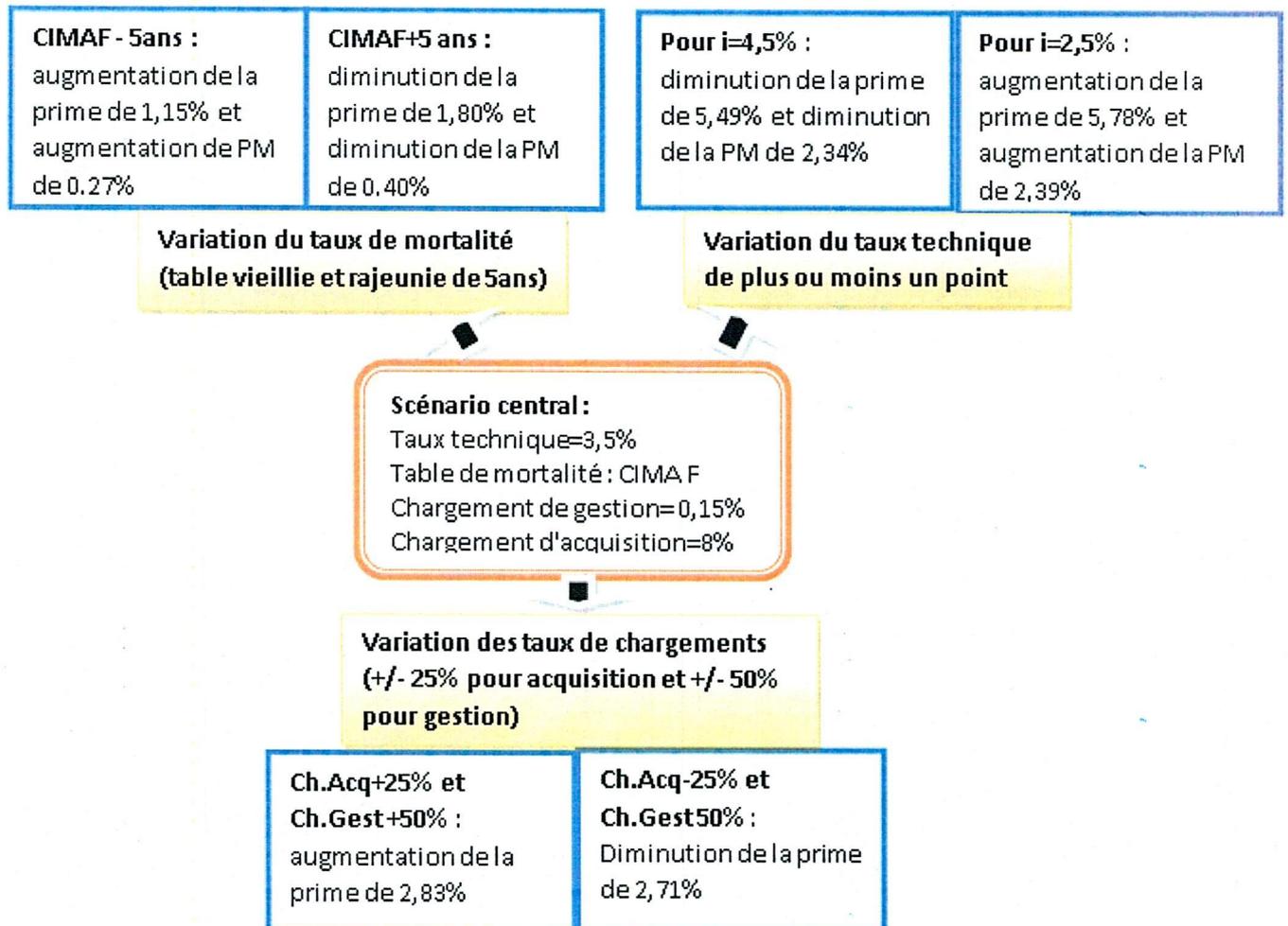


Figure 19 Evolution de la prime d'un contrat capital différé lorsqu'on fait varier les taux de chargements

Lorsqu'on augmente le taux de chargement d'acquisition de 25% et le taux de chargement de gestion de 50%, la prime augmente en moyenne de 2,83% et lorsqu'on baisse le taux de chargement d'acquisition de 25% et le taux de chargement de gestion de 50%, la prime diminue en moyenne de 2,71%.



Les produits en cas de vie n'ont pas une sensibilité importante à la table de mortalité, par contre elles sont plus sensibles au taux d'intérêt quoi que la variation ne soit pas très importante.

II.2.3 Impact des bases actuarielles sur les produits mixtes

Les assureurs proposent en général des produits mixtes à leur clientèle. Ce sont des produits qui garantissent une prestation quelles que soient les circonstances, décès ou survie de l'assuré. Ci-dessous quelques produits mixtes commercialisés par les compagnies d'assurance de la zone CIMA.

- Les produits mixtes classiques qui garantissent le versement d'un capital au bénéficiaire désigné lors du décès de l'assuré s'il se produit au cours de la durée du contrat ou au terme du contrat si l'assuré est toujours en vie en ce moment. Elle correspond en fait à la somme d'une assurance temporaire décès et d'un capital différé.
- L'assurance à terme fixe qui garantit le paiement d'un capital au terme du contrat que l'assuré soit vivant ou non à cette date. Ainsi, si l'assuré décède au cours du contrat, le capital n'est pas tout de suite versé à la date du décès. On attend la date terme du contrat pour verser le capital.

- La rente éducation mixte, qui garantit en cas de vie de l'assuré au terme du différé (période de paiement des primes), le versement des rentes certaines payables à terme échu pendant une durée fixée au contrat (généralement égale à 5 ans) et en cas de décès de l'assuré pendant le différé, le versement des rentes dont le montant est une fraction de la rente certaine en cas de vie (généralement la moitié) et le versement de la rente certaine prévue en cas de vie et d'un capital à la date du décès.

Exemple Illustratif : Contrat mixte classique

Expression de la prime :

La prime pure se détermine à partir de l'égalisation des valeurs actuelles probables des engagements respectifs pris par l'assureur et l'assuré en $t = 0$:

$$VAP (\text{Engagements assureur})_{t=0} = VAP (\text{Engagements assuré})_{t=0}$$

Soient x l'âge de l'assuré à la souscription du contrat, n la durée du contrat, p la durée de paiement des primes, f le taux de chargement d'acquisition, g le taux de chargement de gestion et C le capital garanti.

L'expression de la prime est donnée par :

- Pour un contrat à prime unique

$$\text{Prime Pure Unique} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

$$\text{Prime Unique Inventaire} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{D_x}$$

$$\text{Prime Unique Commerciale} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(1 - f) * D_x}$$

- Pour un contrat à primes annuelles

$$\text{Prime Pure Annuelle} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+p}}$$

$$\text{Prime Annuelle Inventaire} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(N_x - N_{x+p})}$$

$$\text{Prime Annuelle Commerciale} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(1 - f) * (N_x - N_{x+p})}$$

Expression de la provision mathématique

En notant PM_k , la provision mathématique d'un contrat à la fin de son k-ième anniversaire, on a : $PM_k = VAP(\text{Assureur})_k - VAP(\text{Assuré})_k$

Ainsi, la provision mathématique à la prime d'inventaire pour un contrat mixte classique est donnée par :

- Pour un contrat à prime unique

$$PM_k = C * \frac{M_{x+k} - M_{x+n} + D_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}}$$

- Pour un contrat à primes annuelles

$$PM_k = \begin{cases} C * \frac{M_{x+k} - M_{x+n} + D_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n}) - PI * (N_{x+k} - N_{x+p})}{D_{x+k}} & SI k < p \\ C * \frac{M_{x+k} - M_{x+n} + g * (N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}} & SI k \geq p \end{cases}$$

Où PI est la prime annuelle d'inventaire pour 1F de capital

Caractéristiques du contrat	
Type de produit	Mixte Classique
Durée du contrat	10 ans
Age à la souscription	20 à 70 ans
Capital garanti	5 000 000

HYPOTHESES DU TARIF	
Table de Mortalité	CIMA F
Taux Technique	3,50%
Chargement de Gestion	0,1% du Capital garanti
Chargement d'acquisition	15% de la prime commerciale

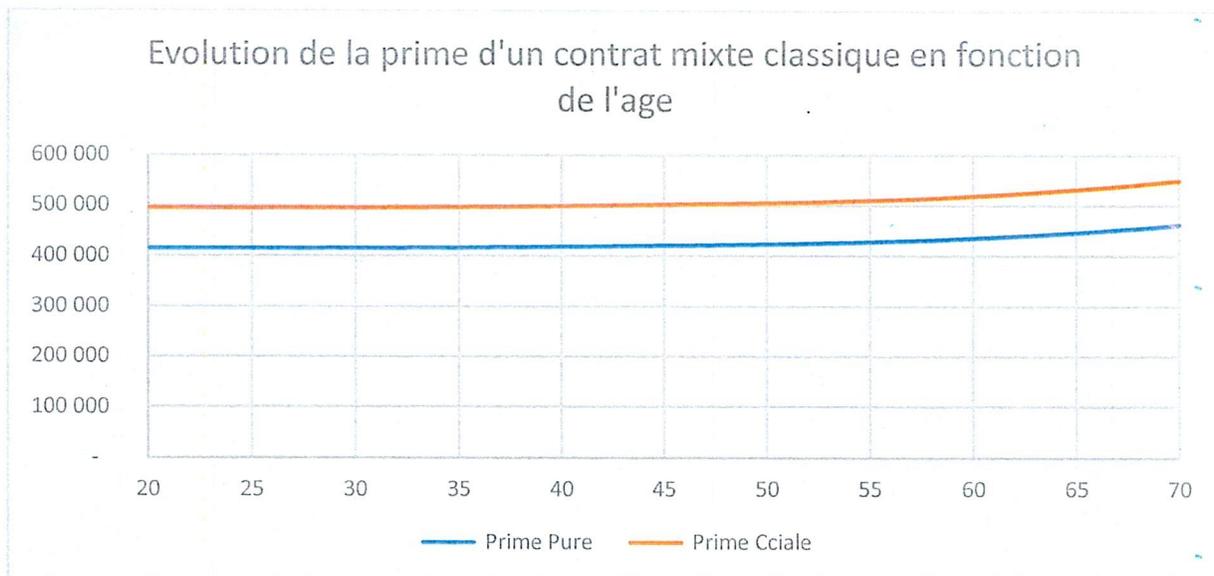


Figure 20 Evolution de la prime d'un contrat mixte classique en fonction de l'âge

Les primes ne varient que très peu d'un âge à l'autre (entre 414 000 et 461 000), elles croissent très faiblement. On peut donc à priori constater que la table de mortalité n'a pas un impact significatif sur ce produit.

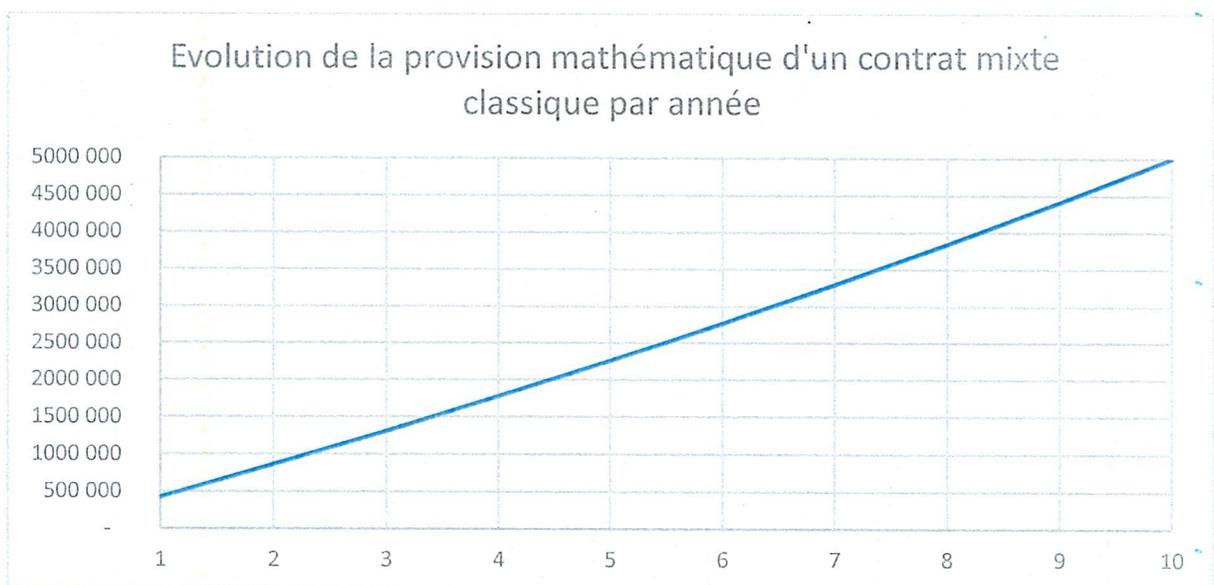


Figure 21 Evolution de la provision mathématique d'un contrat mixte classique par année pour un assuré de 45 ans

Ici la constitution régulière des provisions mathématiques d'année en année permet à l'assureur de faire face à ses engagements seulement si l'assuré est en vie au terme du contrat comme dans le cas des contrats de capital différé. Par contre en cas de décès prématuré de l'assuré, les seules provisions mathématiques ne suffisent pas. Dans ce cas l'assureur fait intervenir la mutualisation comme dans les contrats temporaire décès.

a- Lorsqu'on fait varier le taux d'intérêt

Ici, nous faisons varier le taux technique de plus ou moins un point. C'est-à-dire qu'on considère un taux technique de 2,5% puis de 4,5% pour la tarification et le provisionnement.

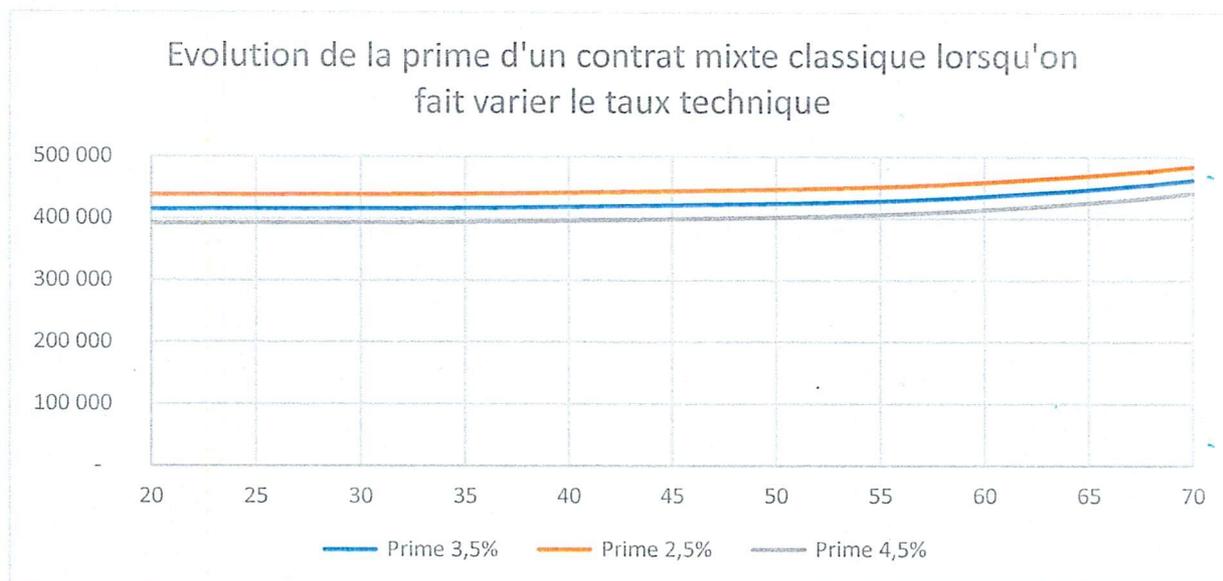


Figure 22 Evolution de la prime d'un contrat mixte classique lorsqu'on fait varier le taux technique

Lorsqu'on baisse le taux technique d'un point, les primes augmentent en moyenne de 5,46 % et lorsqu'on augmente le taux d'un point, les primes baissent en moyenne de 5,18%.

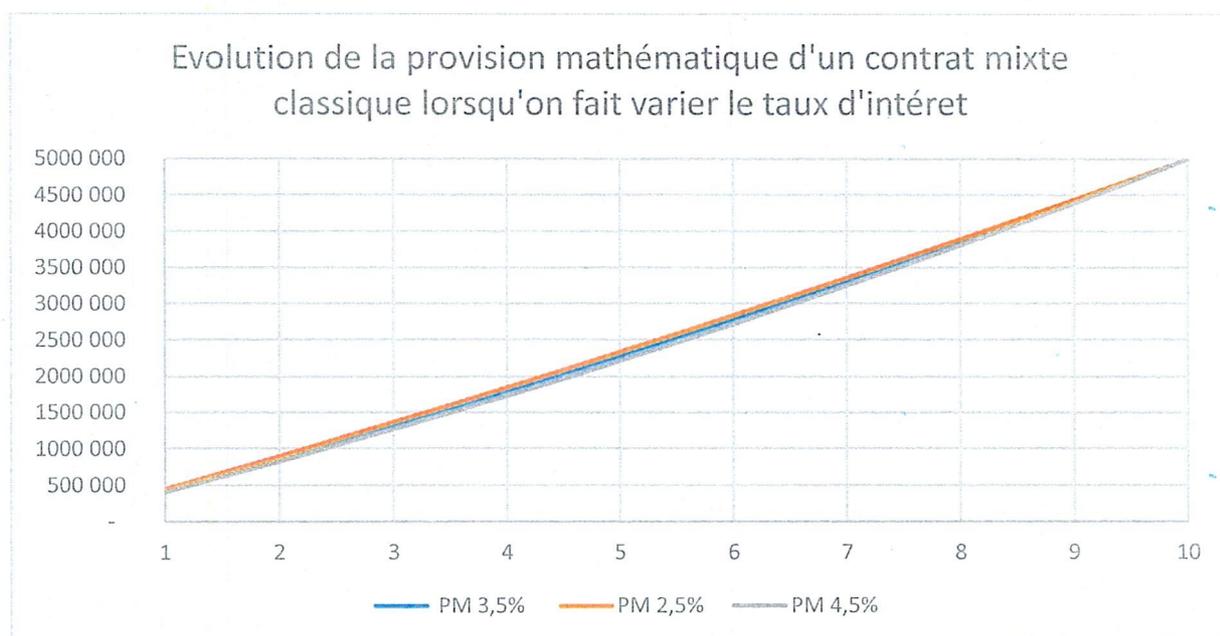


Figure 23 Evolution de la provision mathématique d'un contrat mixte classique par année lorsqu'on fait varier le taux technique

Lorsqu'on augmente le taux technique d'un point, la provision mathématique diminue en moyenne de 2,32% et lorsqu'on baisse le taux technique d'un point, la provision mathématique augmente en moyenne de 2,37%

b- Lorsqu'on fait varier le taux de mortalité annuel

Pour cela, nous avons vieilli puis rajeuni notre table de mortalité de 5 ans. Notons que lorsqu'on vieillit la table de mortalité de 5 ans, le taux de décès annuel augmente en moyenne de 50,93% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, il diminue en moyenne de 27,78%.

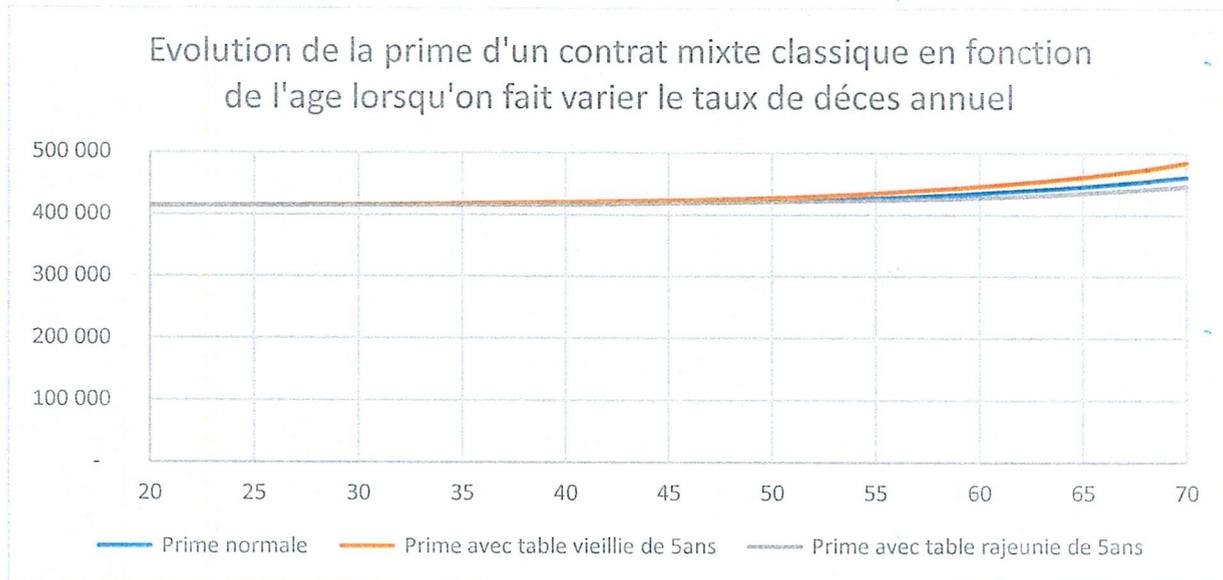


Figure 24 Evolution de la prime d'un contrat mixte classique lorsqu'on fait varier le taux de mortalité

Lorsqu'on vieillit la table de mortalité de 5 ans, les tarifs augmentent en moyenne de 1,34% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, les tarifs diminuent en moyenne de 0,91%.

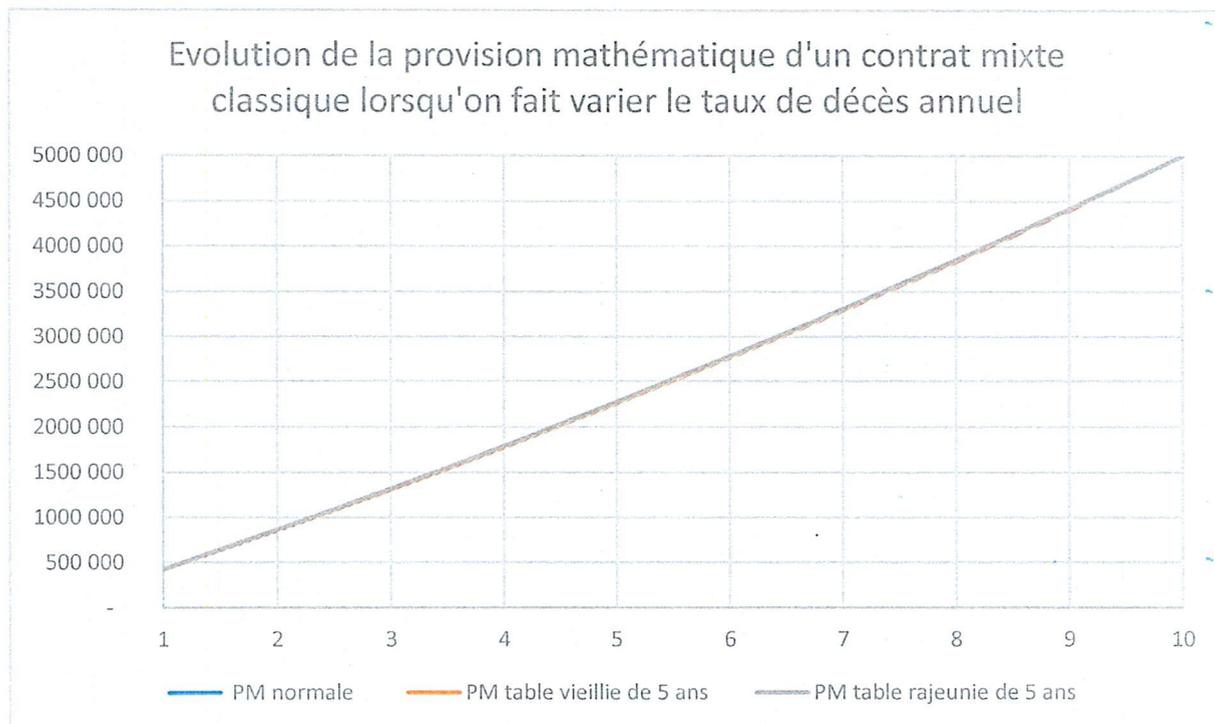


Figure 25 Evolution de la provision mathématique d'un contrat mixte classique par année lorsqu'on fait varier le taux de mortalité

Lorsqu'on vieillit la table de mortalité de 5 ans, la provision mathématique diminue en moyenne de 0,22% et lorsqu'on la rajeunit de 5 ans, la provision mathématique augmente en moyenne de 0,23%.

c- Lorsqu'on fait varier les taux de chargements

Ici, nous faisons varier le taux de chargement d'acquisition de plus ou moins 25% et le taux de chargement de gestion de plus ou moins 50%.

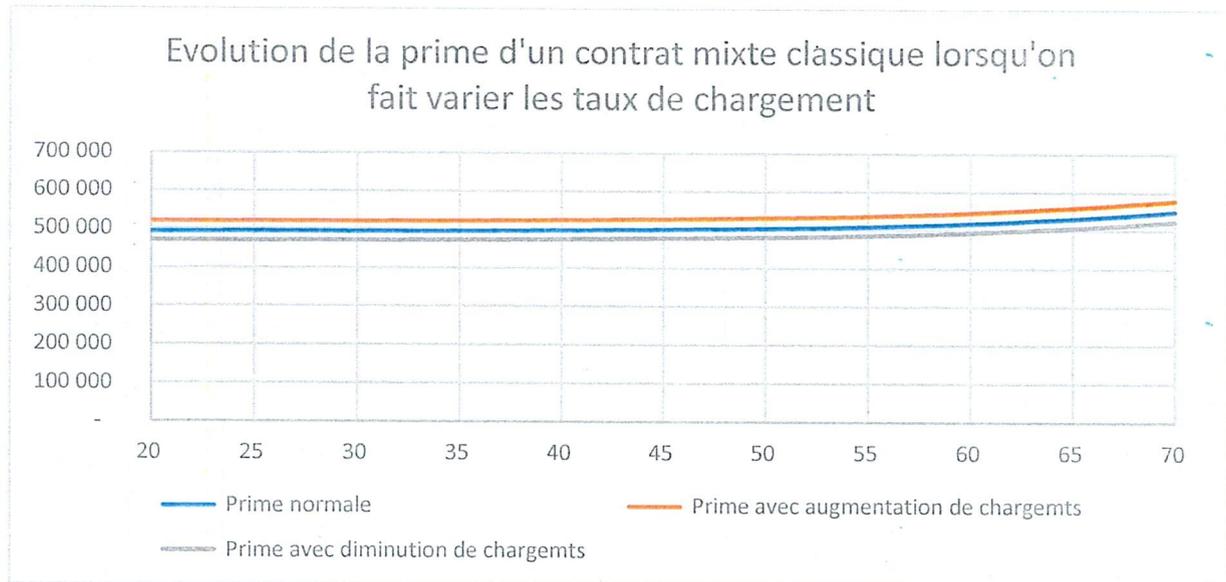
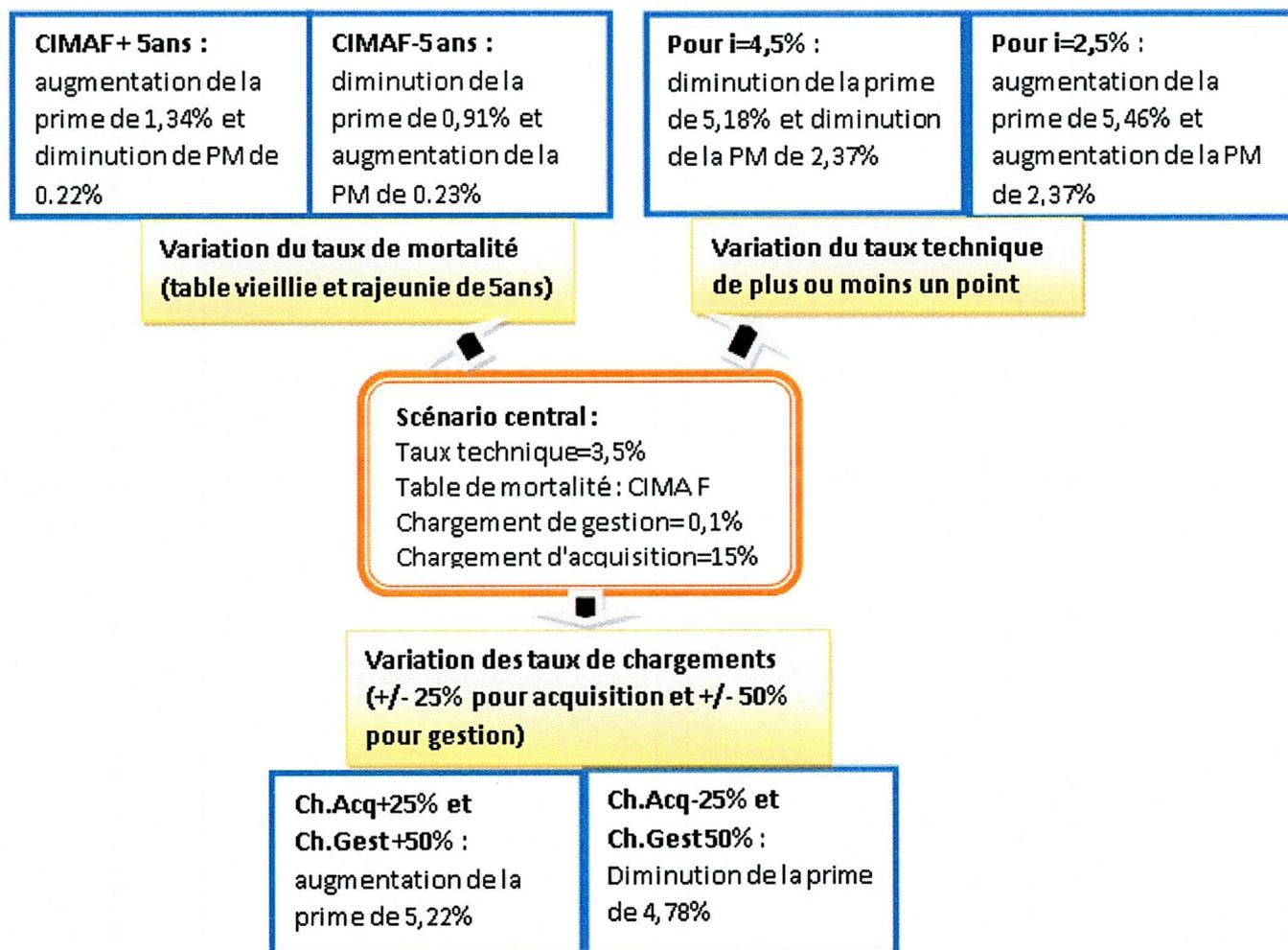


Figure 26 Evolution de la prime d'un contrat mixte classique lorsqu'on fait varier les taux de chargement

Lorsqu'on augmente le taux de chargement d'acquisition de 25% et le taux de chargement de gestion de 50%, la prime augmente en moyenne de 5,22% et lorsqu'on baisse ces taux des mêmes proportions, la prime baisse en moyenne de 4,78%.



Les produits mixtes sont peu sensibles au taux de mortalité ainsi qu'au taux d'intérêt.

II.2.4 Impact des bases actuarielles sur les produits de type capitalisation

Depuis un certain temps, en plus des contrats d'assurance vie traditionnels décrits ci-dessus, les assureurs vie, pour concurrencer les produits bancaires de type compte d'épargne et satisfaire au besoin de la clientèle attirée par des placements financiers rentables et surtout simple à comprendre, ont élaboré de nouveaux produits assimilables à de pure opérations d'épargne, très proches, si non identiques aux comptes d'épargne bancaire. Ces contrats dits « contrats vie – épargne » ou « contrats vie modernes » sont de purs produits d'épargne prévoyant en cas de décès de l'assuré avant le terme du contrat, le versement de l'épargne acquise au bénéficiaire. Sur nos marchés, ils sont appelés par abus de langage, contrats de capitalisation, mais ne sont pas des contrats de capitalisation, même si d'un point de vue technique, ils en sont proches.

Pour chaque assuré, l'assureur ouvre un compte alimenté par les primes nettes de chargements et majorées des intérêts. Ainsi, à chaque instant, la valeur du compte de l'assuré est égale au cumul des primes nettes et des intérêts.

Ici, les primes peuvent être à versements libres. En plus lorsque la prime est périodique ou unique, le souscripteur peut à tout moment faire des versements exceptionnels.

Expression de la prime

Généralement, dans les contrats de capitalisation, c'est le capital au terme qui est fixé. On doit alors calculer la prime à capitaliser pour avoir le capital fixé au terme.

Notations : n la durée du contrat, i le taux d'intérêt annuel, i_m le taux équivalent au taux annuel i selon la périodicité de paiement des primes, m la périodicité de paiement de la prime ($m=12; 4; 2$ ou 1), f le taux de chargement d'acquisition, g le taux de chargement de gestion et C le capital garanti.

La formule de calcul de la prime unique PUC est :

$$PUC = \frac{C * (1 + i)^{-n}}{(1 - f - g)}$$

La formule de la prime périodique PP est :

$$PP = \frac{C * i_p}{(1 + i_p) * ((1 + i_p)^{n*m} - 1) * (1 - f - g)}$$

Expression de la provision mathématique

Le calcul des provisions mathématiques se résume à un simple calcul financier sans probabilité viagère. Ici, les PM sont égales au cumul des primes (diminuées des différents chargements) majorés des intérêts. En d'autres termes, les PM d'un contrat de capitalisation à une date donnée sont égales à la valeur acquise à cette date des primes diminuées des chargements dites prime investie ou prime à capitaliser.

En notant PINV la prime investie, la formule de la PM par la méthode directe est donnée par :

Contrats à prime périodique

$$PM \text{ à la fin de l'année } k = \frac{PINV * (1 + i_p)[(1 + i_p)^{m*k} - 1]}{i_p}$$

NB : Cette formule est pratique lorsque la PINV est constante sur toute la durée du contrat, sinon, il faut capitaliser par période de prime constante.

Contrats à prime unique

$$PM \text{ à la fin de l'année } k = PINV * (1 + i)^k$$

Caractéristiques du contrat	
Type de produit :	Capitalisation
Durée du Contrat :	10 ans
Cotisation mensuelle	10 000
Taux d'intérêt annuel	3.5%
Frais d'acquisition	8%
Frais de gestion	3 %

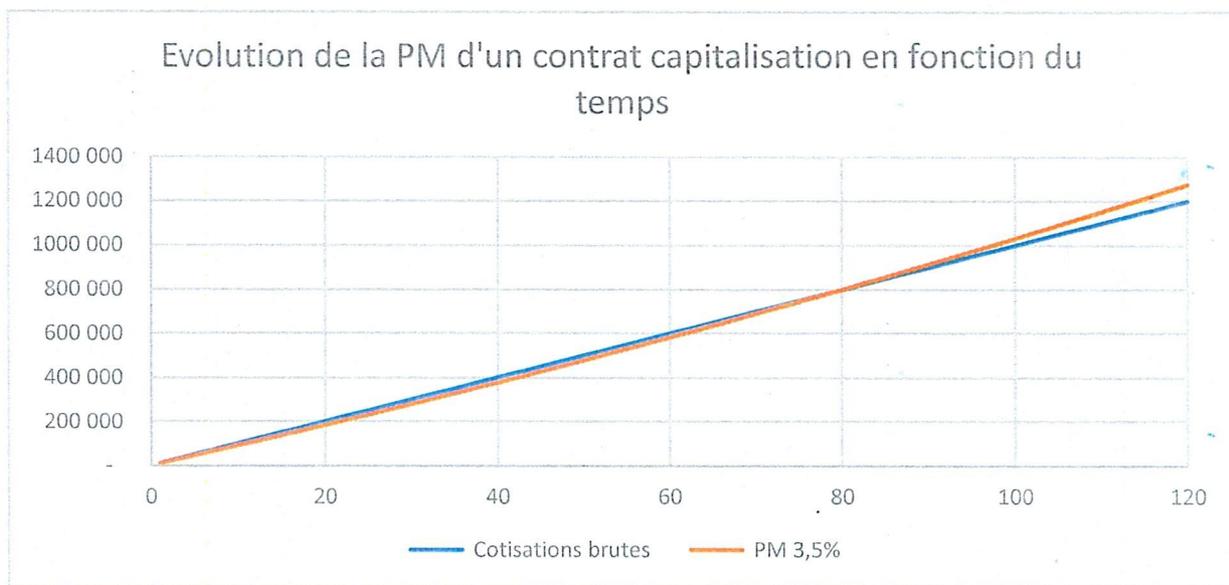


Figure 27 Evolution de la PM d'un contrat capitalisation en fonction du temps

La Provision Mathématique est strictement croissance au fil du temps. On constate néanmoins que ce n'est qu'à partir du 79^e mois que le montant de la provision mathématique dépasse le total des cotisations. On peut conclure que les contrats de type capitalisation ne sont rentables pour l'assuré que lorsque la durée est élevée

a- Lorsqu'on fait varier le taux d'intérêt

Nous faisons varier le taux d'intérêt de plus ou moins un point.

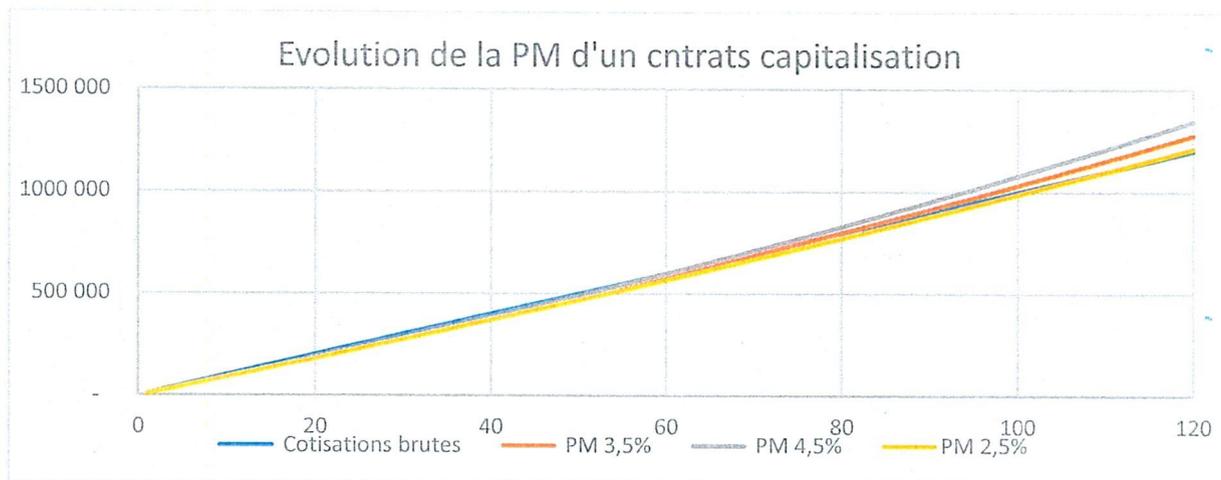


Figure 28 Evolution de la provision mathématique d'un contrat de capitalisation en fonction du taux d'intérêt

Lorsqu'on augmente le taux d'intérêt d'un point, la PM augmente en moyenne 2,61% et lorsqu'on diminue le taux d'intérêt d'un point, la PM diminue en moyenne de 2,53%.

b- Lorsqu'on fait varier les taux de chargements

Nous faisons varier le taux de chargement d'acquisition de plus ou moins 1 point et le taux de chargements de gestion de plus ou moins deux points.

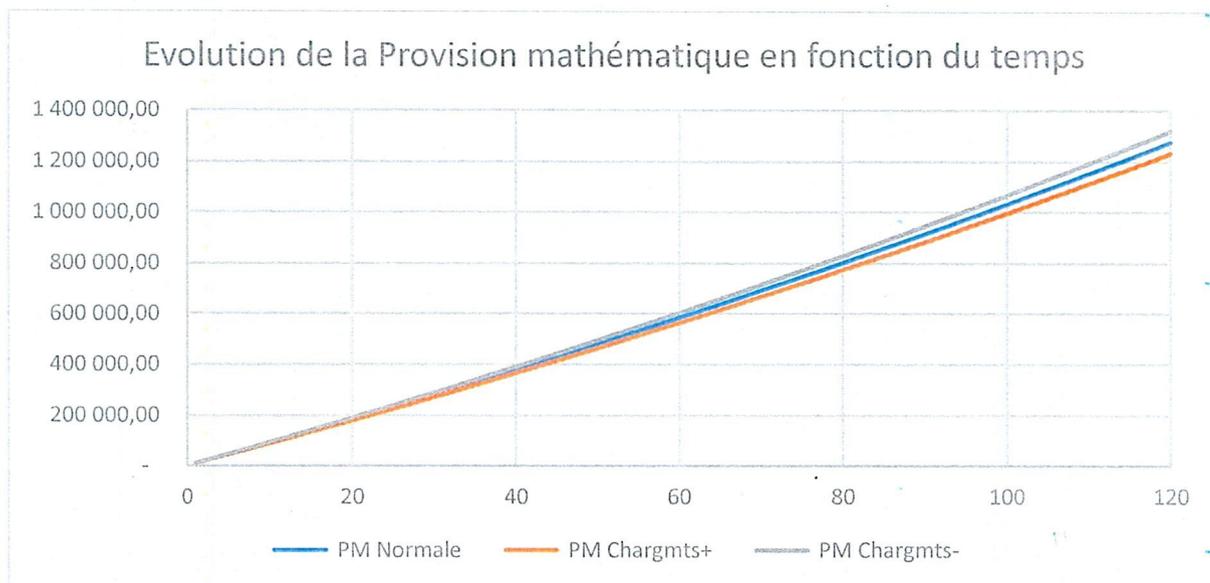


Figure 29 Evolution de la PM d'un contrat capitalisation lorsqu'on fait varier les taux de chargements.

Lorsqu'on augmente le taux de chargement d'acquisition de deux points et le taux de chargement de gestion d'un point, la PM augmente en moyenne de 3,37% et lorsqu'on baisse ces taux des mêmes proportions, la PM baisse en moyenne de 3,37%.

CHAPITRE III. SOURCES DE PROFITS, EVALUATION DES ECARTS ENTRE HYPOTHESES TARIFAIRES ET RESULTATS OBTENUS

III.1 Sources de profit de l'activité d'assurance vie

A la fin d'un exercice comptable, une compagnie fait des profits ou des pertes, ces pertes ou profits sont la résultante des différentes sources de profits liées à nos hypothèses théoriques.

Ci-dessous nous allons essayer d'identifier ces différentes sources de profits.

III.1.1 Les bénéfices de mortalité

Les bénéfices de mortalité résultent de l'écart qui existe entre la mortalité théorique qui correspond à celle des tables règlementaires et la mortalité réelle du portefeuille de la compagnie.

Ainsi dans les contrats en cas de décès, l'assureur réalisera un bénéfice de mortalité lorsque la mortalité réelle du portefeuille est inférieure à la mortalité théorique du portefeuille. Dans les contrats en cas de vie, l'assureur réalisera un bénéfice de mortalité lorsque la survie réelle des assurés est inférieure à la survie théorique résultant de la table de mortalité réglementaire.

III.1.2 Les bénéfices financiers

Il provient de la différence entre le rendement réel des placements de la compagnie et l'intérêt reçu avec le taux technique garanti aux assurés.

En effet, la prime d'un contrat en assurance vie est calculée en supposant que les produits financiers sur les sommes non immédiatement dépensées produisent un intérêt annuel i , dit intérêt technique. De même, les provisions mathématiques sont supposées créditées de ce taux annuel i .

En fait, les primes nettes de charges et les provisions sont placées dans les conditions limitatives posées par le code des assurances en obligations, actions, prêts, immeubles, etc., placements dont la rentabilité est variable au cours du temps.

Dans la réalité on va constater à posteriori que le rendement annuel des placements est j . Compte tenu de la prudence de la réglementation en matière de taux d'actualisation et les conditions du marché actuel (taux d'obligations à au moins 5,5% à 6%, les DAT environ 4%, l'immobilier qui a un taux de rendement d'environ 7% à 8%), on est à peu près sûr que $j > i$. Le bénéfice financier vient de l'application du différentiel de taux $(j - i)$ à la trésorerie générée par les opérations d'assurance.

Si les intérêts réels gagnés sur les placements sont supérieurs aux intérêts attendus d'après les hypothèses initiales, ils constitueront une source de profit pour la compagnie d'assurance sinon, ce sera une perte pour la compagnie.

III.1.3 Les bénéfices de chargements

Ils proviennent de la différence entre les chargements de gestion et d'acquisition définis contractuellement et les frais de gestion et d'acquisition réels.

En effet, les frais d'acquisition et les frais de gestion sont couverts par des chargements prélevés sur les contrats. Les taux de chargement sont des taux fixés contractuellement et communiqués à l'assuré lors de la souscription du contrat. Quant aux frais de l'assureur, ils sont calculés de manière globale puis ventilés à l'aide d'une clef de répartition par produit (en fonction du chiffre d'affaires ou des provisions mathématiques).

Si les frais effectivement supportés par la compagnie au cours d'une année sont supérieurs à ceux qui étaient prévus dans les notes techniques lors de la tarification, cela constituera une perte pour la compagnie d'assurance dans le cas contraire, ce sera une source de profit.

III.1.4 Autres sources de profit

a- Bénéfices sur chutes de police ou lors des sorties anormales

Lorsqu'un contrat est réduit, racheté ou résilié sans valeur, la compagnie d'assurance perçoit en général une indemnité qui vient en déduction de la prestation qui sera normalement attribuée à l'assuré. En effet, ce n'est pas la provision mathématique intégrale qui est restituée à l'assuré en cas de rachat (à plus forte raison en cas de résiliation sans valeur).

Sur les rachats

Le code CIMA stipule que la pénalité de rachat est au plus de 5% pour les contrats rachetés avant leur dixième anniversaire.

Ces pénalités constituent une ressource pour la compagnie d'assurance.

Gains sur les primes cotisées par l'assuré en cas de chutes de police

Lors de la chute des polices, les primes initiales sont perdues par l'assuré en cas d'inexistence ou d'insuffisance de la valeur de rachat au profit de la compagnie d'assurance.

b- Les commissions de réassurance

c- Intérêts reçus sur les avances net du taux technique

Notons qu'il est prévu dans le code qu'une grande partie des bénéfices doit être redistribuée aux assurés sous forme de participation aux bénéfices.

III.2 Evaluation théorique des écarts

Dans cette section, nous allons présenter des approches permettant d'évaluer les engagements de l'assureur au vu des hypothèses initiales prises en début d'année.

III.2.1 Evaluation des écarts de chargements

a- Evaluation théoriques des charges prévues par les notes techniques

La fixation du montant des chargements au lancement d'une nouvelle compagnie ou à la conception d'un nouveau produit est une tâche délicate pour l'actuaire. Il devrait fixer les hypothèses de chargements de manière à ce que le montant des chargements soit au moins égal au montant des frais effectivement supportés par la compagnie.

Evaluation des chargements d'acquisition

Le chargement d'acquisition sert à financer les couts d'acquisition du contrat. Il est généralement exprimé en pourcentage de la prime commerciale.

Considérons un contrat d'assurance (dont l'assuré a souscrit à l'âge x) présent dans le portefeuille d'une compagnie d'assurance depuis t années ou t est un entier positif et dont la prime est PU dans le cas d'une prime unique et PA pour les primes annuelles.

Adoptons les notations suivantes :

f taux de chargements d'acquisition prévu par la note technique (% prime commerciale)

p durée de paiement des primes (dans le cas des primes annuelles)

i taux technique

t année d'évaluation

t_0 année de souscription

➤ *Les primes sont payables annuellement*

Le montant des chargements d'acquisition prévu au contrat est obtenu en appliquant le taux de chargement d'acquisition à la prime annuelle si l'évaluation faite au cours de la période de paiement de la prime et il est nul si l'évaluation est faite après.

$$\text{Chargement d'acquisition} = \begin{cases} f * PA & \text{si } t \leq p \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

➤ *Prime unique*

Dans le cas d'une prime unique, le montant des chargements d'acquisition prévu au contrat est obtenu en appliquant à la prime unique, le taux de chargement d'acquisition si l'évaluation est faite l'année de souscription du contrat et il est nul sinon.

$$\text{Chargement d'acquisition} = \begin{cases} f * PU & \text{si } t = t_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Dans la réalité, il faut considérer les rachats, les primes non payées, les décès prématurés qui conditionnent les chargements réellement prélevables.

✚ *Evaluation des chargements de gestion*

Les chargements de gestion sont le plus souvent exprimés en pourcentage du capital garanti et pour les contrats garantissant une sortie en rente, ils sont exprimés en pourcentage de la rente. Ils sont généralement prélevés sur toute la durée du contrat ou sur toute la durée de paiement de prime.

Adoptons les notations suivantes :

g taux de chargement de gestion (exprimés en % du capital garanti ou de la prime)

n durée du contrat

p durée de paiement des primes ($p \leq n$)

C capital garanti

t année d'évaluation

P montant de la prime annuelle

Si les chargements de gestion sont prélevés sur toute la durée du contrat, alors le montant des chargements de gestion prévu au contrat pour l'année considérée est :

$$\text{Chargement de gestion} = \begin{cases} g * C & \text{si } t \leq n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Si les chargements de gestion sont prélevés sur la durée de paiement des primes, on conserve la même expression que précédemment et on remplace n par p .

Dans le cas où les chargements sont exprimés en pourcentage de la prime, l'algorithme est même et on remplace le capital C par la prime P .

b- Evaluation des charges réellement payées par la compagnie

✚ *Evaluation des chargements d'acquisition*

Pour évaluer le montant des charges d'acquisition supportées par la compagnie, il est important de connaître le mode de commissionnement (c'est-à-dire les manières de rémunérer les apporteurs d'affaires) pratiqué pour le produit concerné.

On distingue 03 modes de commissionnements :

- Versement des commissions sur la durée de paiement des primes au fur et à mesure de leur encaissement. On parle de **commissions non escomptées**.
- Versement à la souscription du contrat de la totalité des commissions prévues au contrat (compte tenu de la durée de paiement des primes et de la probabilité de leur paiement) : c'est l'**escompte des commissions**.
- Versement de la totalité des commissions prévues au contrat pendant les premières années de son existence (en général pendant les trois premières années) en fixant des facteurs de commissionnement par année. C'est l'**escompte partiel** des commissions qui est une méthode intermédiaire entre les deux précédentes.

Pour un contrat d'assurance (dont l'assuré a souscrit à l'âge x) présent dans le portefeuille d'une compagnie d'assurance depuis t années ou t est un entier positif et dont la prime est PU dans le cas d'une prime unique et PA pour les primes annuelles, on a :

Adoptons les notations suivantes :

f taux de chargements d'acquisition prévu par la note technique (% prime commerciale)

p durée de paiement des primes (dans le cas des primes annuelles)

i taux technique

t année d'évaluation

t_0 année de souscription

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ les facteurs de commissionnement des trois premières années du contrat (dans le cas de l'escompte partielle des commissions) avec $\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 100\%$

$v = 1/(1 + i)$

${}_k p_x$ probabilité qu'un individu d'âge x soit vivant dans k années.

➤ *Primes payables annuellement*

- Dans le cas des commissions non escomptées, le montant des chargements d'acquisition supporté par la compagnie est :

$$\text{Chargement d'acquisition} = \begin{cases} f * PA & \text{si } t \leq p \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Dans le cas de l'escompte de commissions, le montant des chargements d'acquisition supporté par la compagnie est :

Chargement d'acquisition

$$= \begin{cases} f * PA + f * PA * {}_1 p_x * v + \dots + f * PA * {}_{p-1} p_x * v^{p-1} & \text{si } t = t_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} f * PA * {}_p\ddot{a}_x & \text{avec } {}_p\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{p-1} v^k * \frac{l_{x+k}}{l_x} = \frac{N_x - N_{x+p}}{D_x} & \text{si } t = t_0 \\ 0 & & \text{sinon} \end{cases}$$

- Dans le cas de l'escompte partiel, le montant des chargements d'acquisition supportés par la compagnie est :

$$\text{Chargement d'acquisition} = \begin{cases} \alpha_0 * f * PA * {}_{/p}\ddot{a}_x & \text{si } t = t_0 \\ \alpha_1 * f * PA * {}_{/p}\ddot{a}_x & \text{si } t = t_0 + 1 \\ \alpha_2 * f * PA * {}_{/p}\ddot{a}_x & \text{si } t = t_0 + 2 \\ 0 & \text{si } t \geq t_0 + 3 \end{cases}$$

➤ *Prime unique*

Dans le cas d'une prime unique, le montant des chargements d'acquisition supporté par la compagnie est obtenu en appliquant à la prime unique, le taux de chargement d'acquisition si l'évaluation est faite l'année de souscription du contrat et il est nul sinon.

$$\text{Chargement d'acquisition} = \begin{cases} f * PU & \text{si } t = t_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ainsi, l'écart sur les chargements est donc obtenu en faisant la différence entre les chargements prévus par les notes techniques tels que décrit dans l'algorithme précédent et les frais réels supportés par la compagnie et figurant dans le compte d'exploitation général et ce pour chacun des chargements d'acquisition et de gestion.

III.2.2 Evaluation de l'écart financier

a- **Gain attendu sur le taux d'intérêt garanti**

On suppose ici que les primes sont perçues en début d'année et les prestations (décès, rachats, capitaux à terme, etc.) n'ont lieu qu'en fin d'année.

Considérons la provision mathématique d'ouverture en début d'année t notée PM_t . pour tous les contrats présents dans le portefeuille de l'assureur à cette date.

Notons que la provision mathématique à la date t représente les engagements de l'assureur envers les assurés à cette date.

On Ajoute à cette provision mathématique les primes perçues par l'assureur nettes de chargements.

Ces primes nettes de chargements ainsi que les provisions mathématiques d'ouverture PM_t sont capitalisées jusqu'à la fin de l'année au taux d'intérêt technique i garanti par l'assureur pour obtenir le montant de l'actif de l'assureur à la fin de l'année.

Ainsi, le gain attendu par l'assureur au taux d'intérêt technique i est :

$$\text{Gain attendu}_t = i * (PM_t + \text{Prime pure}_t)$$

b- Gain réel sur le taux d'intérêt

En fin d'année, la compagnie d'assurance va constater que le rendement annuel de ses placements est j .

Et donc, le gain réalisé au taux d'intérêt réel est :

$$\text{Gain réel}_t = j * (PM_t + \text{Prime pure}_t)$$

Ainsi, l'écart financier provient donc de l'application du différentiel de taux $j - i$ et son expression est :

$$\text{Ecart financier}_t = (PM_t + \text{Prime pure}_t) * (j - i)$$

On peut également faire l'hypothèse que les prestations ont lieu en milieu d'année et les primes sont versées en début d'année. Dans ce cas, l'écart financier serait :

*Ecart financier*_t

$$\begin{aligned} &= \left((PM_t + \text{Prime pure}_t) * (1 + j)^{1/2} - \text{prestations} \right) * (1 + j)^{1/2} \\ &- \left((PM_t + \text{Prime pure}_t) * (1 + i)^{1/2} - \text{prestations} \right) * (1 + i)^{1/2} \\ &= (PM_t + \text{Prime pure}_t) * (1 + j) - \text{prestations} * (1 + j)^{1/2} \\ &- (PM_t + \text{Prime pure}_t) * (1 + i) - \text{prestations} * (1 + i)^{1/2} \end{aligned}$$

D'où

$$\text{Ecart financier}_t = (PM_t + \text{Prime pure}_t) * (j - i) - \text{prestations} * ((1 + j)^{1/2} - (1 + i)^{1/2}).$$

III.2.3 Evaluation de l'écart de mortalité

Considérons un contrat d'assurance vie pour un assuré d'âge x où les primes sont payées en début d'année, les charges et les sinistres ne peuvent survenir qu'au début ou à la fin d'une année. Supposons que ce contrat est en Portefeuille depuis t ans, où t est un entier positif.

On adopte les notations suivantes :

P_t désigne la prime nette de chargements payable en début d'année t ,

i le taux technique garanti

S désigne la somme assurée payable en cas de décès de l'assuré,

PM_t désigne la provision mathématique de cette police l'année t ,

PM_{t+1} désigne la provision mathématique de cette police à l'instant $t+1$,

q_{x+t} la probabilité que l'assuré, vivant à t , décède dans l'année et p_{x+t} la probabilité qu'il soit en vie.

En début d'année, la provision mathématique d'ouverture de l'exercice ainsi que les primes perçues nettes de chargements sont placées au taux d'intérêt technique et doivent servir à régler les prestations probables au cours de l'année (couverture des couts de décès et de survie éventuelle au cours de l'année) et doivent également servir à constituer la provision mathématique de fin d'année.

Si l'assuré est vivant en fin d'année t , l'assureur doit lui constituer une provision mathématique PM_{t+1} et s'il est décédé dans l'année, l'assureur doit payer le capital garanti S .

Ainsi, la provision mathématique de chaque contrat d'assurance satisfait la relation de récurrence suivante :

$$(PM_t + P_t) * (1 + i) = q_{x+t} * S + p_{x+t} * PM_{t+1}$$

$$(PM_t + P_t) * (1 + i) = q_{x+t} * S + (1 - q_{x+t}) * PM_{t+1}$$

D'où,

$$(PM_t + P_t) * (1 + i) = PM_{t+1} + q_{x+t} * (S - PM_{t+1})$$

Cette nouvelle expression se traduit littéralement comme suit :

Avec les produits financiers issus du placement au taux technique des provisions mathématiques de début d'année et des primes nettes de chargement, l'assureur constitue pour toutes les polices de son portefeuille la provision mathématique de l'année suivante PM_{t+1} que l'assuré soit décédé au cours de l'année ou pas.

Par suite, si l'assuré est décédé au cours de l'année (la probabilité qu'il décède dans l'année étant de q_{x+t}), l'assureur doit également fournir le montant supplémentaire pour augmenter la valeur de la provision mathématique afin d'atteindre le capital garanti en cas de décès c'est-à-dire $S - PM_{t+1}$.

Ce montant supplémentaire requis pour augmenter la valeur de la provision mathématique est appelé Death Strain At Risk (DSAR) ou Sum at Risk noté Δ_t .

Δ_t est donc une variable aléatoire pouvant prendre 02 valeurs qui sont fonction du statut vivant ou décédé de l'assuré.

$$\Delta_t = \begin{cases} S - PM_{t+1} & \text{Si l'assuré décède au cours de l'année (avec la proba } q_{x+t}) \\ 0 & \text{Sinon (avec la probabilité } p_{x+t}) \end{cases}$$

Ainsi, le profit de mortalité appelé mortality profit en anglais est :

$$\text{profit de mortalité} = E(\Delta_t) - \Delta_t = \text{expected death strain} - \text{actual death strain}$$

Ou $E(\Delta_t)$ appelé expected death strain ou expected cost of deaths est l'espérance de la death strain at risk et son expression est :

$$E(\Delta_t) = (S - PM_{t+1}) * q_{x+t} + 0 * p_{x+t} = q_{x+t} * (S - PM_{t+1})$$

Et l'actual death strain Δ_t est une valeur connue en fin d'année car on sait si l'assuré est décédé ou pas au cours de l'année.

Supposons par exemple qu'à l'âge $x + t$, on avait N contrats identiques ($N \geq 1$) dans le portefeuille et que n assurés soient décédés au cours de l'année.

Chaque assuré du portefeuille a la probabilité q_{x+t} de décéder dans l'année. Le nombre de décès attendu est donc $N * q_{x+t}$.

Alors, la valeur espérée de la death strain at risk est :

$$\text{Total Expected Death strain at risk} = N * q_{x+t} * (S - PM_{t+1})$$

Et la valeur actuelle de la death strain at risk est:

$$\text{Total Actual Death Strain} = n * (S - PM_{t+1})$$

Ainsi, le profit de mortalité est :

$$\text{profit de mortalité} = (N * q_{x+t} - n) * (S - PM_{t+1})$$

Les analyses de cette partie seront utilisées dans la partie modélisation pour étayer les analyses des résultats dans un format qui peut être facilement compris par la direction générale d'une compagnie d'assurance vie.

III.2.4 Cas pratique

Considérons le portefeuille d'une compagnie d'assurance constitué de 1000 contrats temporaire décès identiques. Les primes sont annuelles et payées d'avance sur toute la durée du contrat. Pour chaque contrat on a les caractéristiques suivantes :

âge à la souscription	$x = 50$ ans
durée du contrat	$n = 10$ ans
capital garanti	$C = 1$ million

Les hypothèses initiales étaient les suivantes :

Taux d'intérêt technique	$i=3.5\%$
Taux de chargement d'acquisition	$f=15\%$
Taux de chargement de gestion	$g=0.1\%$ du capital sur toute la durée du contrat
Table de mortalité	CIMA H

A la fin de la cinquième année, on a eu les résultats suivants :

Taux d'intérêt réalisé	$j = 5.5\%$
Frais de gestion supportés par la compagnie	1 145 000
Frais d'acquisition supportés par la compagnie	1 912 500
Nombre d'assurés au début de la 5 ^e année	1000
Nombre décès survenus à la fin de la 5 ^e année	5

Les commissions sont non escomptées. Nous allons faire une évaluation à la 5^e année de vie de ces contrats dans le portefeuille.

Détermination de la prime annuelle commerciale payée pour chaque contrat

$$\text{Prime annuelle pure} = C * \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} = 9\,009,82$$

$$\text{Prime annuelle commerciale} = C * \frac{M_x - M_{x+n} + g * (N_x - N_{x+n})}{(1 - f) * (N_x - N_{x+n})}$$

On trouve le montant de la prime payée par chaque assuré $P = 11\,776,2646$

Détermination de la provision mathématique de chaque contrat

On rappelle que la provision mathématique est la différence entre la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur et celle de l'assuré.

D'où la provision mathématique au k-ième anniversaire du contrat est :

$$PM_k = VAP (\text{Eng assureur})_k - VAP (\text{Eng assuré})_k$$

$$VAP (\text{Eng assureur})_k = C * \frac{M_{x+k} - M_{x+n}}{D_{x+k}}$$

$$VAP (\text{Eng assuré})_k = P * \frac{N_{x+k} - N_{x+n}}{D_{x+k}}$$

$$\text{D'où, } PM_k = C * \frac{M_{x+k} - M_{x+n}}{D_{x+k}} - P * \frac{N_{x+k} - N_{x+n}}{D_{x+k}}$$

Ainsi, $PM_5 = 6\,807,23$ et $PM_6 = 6\,897,57$.

Evaluation de l'écart sur les chargements

Pour cela, nous allons d'abord déterminer le montant des chargements prévus au contrat

❖ Pour chaque contrat, le montant des chargements d'acquisition prévus est :

$$\text{chargement acquisition} = f * P = 15\% * 11\,776.2646 = 1\,766,44.$$

D'où le montant total de chargements d'acquisition est :

$$\text{chargement acquisition totale} = 1000 * 1\,766,44 = 1\,766\,440$$

Or la compagnie a fait face aux frais d'acquisition d'un montant de 1 912 500.

Ainsi, l'écart que la compagnie a réalisé sur les chargements d'acquisition est :

$$\text{écart sur chargements d'acquisition} = 1\,766\,440 - 1\,912\,500 = -146\,060$$

L'écart est négatif, donc la compagnie a réalisé des pertes sur les chargements d'acquisition d'un montant de 146 060.

❖ Le montant des chargements de gestion prévus par le contrat est :

$$\text{chargement gestion} = g * C = 0.1\% * 1\,000\,000 = 1000$$

D'où le montant total de chargements de gestion est

$$\text{Chargement gestion total} = 1000 * 1000 = 1\,000\,000$$

Or la compagnie a fait face aux frais de gestion d'un montant de 1 145 000.

Ainsi, l'écart que la compagnie a réalisé sur les chargements de gestion est :

$$\text{écart sur chargement de gestion} = 1\,000\,000 - 1\,145\,000 = -145\,000$$

L'écart étant négatif, la compagnie a réalisé des pertes sur les chargements de gestion d'un montant de 145 000.

Ainsi, l'écart total sur les chargements est :

$$\text{Ecart sur les chargements} = -146\,060 - 145\,000 = -291\,060$$

Donc, la compagnie a réalisé une perte totale sur les chargements estimée à 291 060

Evaluation de l'écart sur le taux d'intérêt

Le taux d'intérêt constitue une source de profit puisque le taux d'intérêt réel, 5.5% est supérieur au taux technique qui est de 3.5%.

Si les frais de gestion et d'acquisition avaient été tels que prévus dans les hypothèses initiales,

Le total des intérêts reçus dans l'année avec le taux d'intérêt garanti, auraient été de :

$$\begin{aligned} \text{gain attendu} &= i * (1000 * PM5 + 1000 * P - 1000 * \text{Chargements}) \\ &= 3.5\% * 1000 * (6\,807,23 + 11\,776,26 - 2\,766,44) = 553\,596,92 \end{aligned}$$

Le total des intérêts effectivement gagné au taux d'intérêt réel j est :

$$\begin{aligned} \text{gain réalisé} &= j * (1000 * PM5 + 1000 * P - \text{frais réels}) \\ &= 5.5\% * (1000 * 6\,807,23 + 1000 * 11\,776,26 - (1\,145\,000 \\ &\quad + 1\,912\,500)) = 853\,929,45 \end{aligned}$$

Ainsi l'écart que la compagnie a réalisé sur le taux d'intérêt est :

$$\begin{aligned} \text{Ecart sur le taux d'intérêt} &= \text{gain réalisé} - \text{gain attendu} \\ &= 853\,929,45 - 553\,596,92 \\ &= 300\,332,53 \end{aligned}$$

L'écart étant positif, la compagnie a réalisé un profit sur le taux d'intérêt d'un montant de 300 332,53.

Evaluation de l'écart sur la mortalité

Pour chaque assuré, la probabilité de décéder dans l'année est $q_{55}=0,9375\%$. Ainsi, pour les 1000 assurés en vie au début de la 5^e année, le nombre de décès attendu est : $1000 * q_{55}$. Ainsi, l'expected death strain est :

$$\text{Total Expected death strain} = 1000 * q_{55} * (1\,000\,000 - PM6) = 9\,310\,335,27$$

Sachant que 5 assurés sont décédés au cours de l'année, l'actual death strain est :

$$\text{Total actual death strain at risk} = 5 * (1\,000\,000 - PM6) = 4\,965\,512,14$$

Ainsi, le profit de mortalité est :

$$\text{profit de mortalité} = 9\,310\,335,27 - 4\,965\,512,14 = 4\,344\,823,13$$

Ce montant étant positif, la compagnie a réalisé un profit sur la mortalité d'un montant de 4 344 823,13.

Donc, le profit global réalisé par cette compagnie est :

$$\begin{aligned} \text{profit annuel} &= \text{écart sur chargements} + \text{écart sur le taux d'intérêt} \\ &\quad + \text{écart de mortalité} \end{aligned}$$

D'où

$$\text{profit annuel} = 300\,332,53 + 4\,344\,823,13 - 291\,060$$

= 4 354 095,66

Donc l'écart de mortalité a contribué à 99,79% au profit annuel de la compagnie, l'écart sur le taux d'intérêt à 6,90% et l'écart sur les chargements à -6,68%.

III.3 Modélisation

Dans cette section, nous allons faire une analyse par type de produits en se servant des informations de l'état C1 et ensuite agréger les différents sous-résultats pour avoir le résultat de l'ensemble.

Structure globale du portefeuille :

Après traitement de données, nous procédons à une analyse descriptive du portefeuille de la compagnie pour l'année 2020.

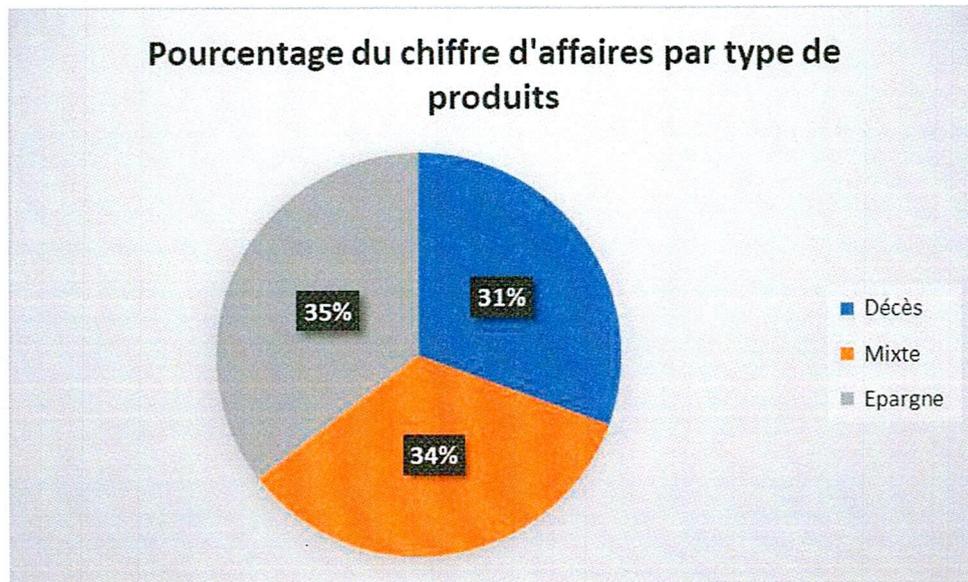


Figure 30 Pourcentage du chiffre d'affaires par type de produits.

Pour la répartition des charges supportées par la compagnie par type de produits, nous allons utiliser le chiffre d'affaires comme clé de répartition. Le compte du résultat nous donne le montant total des frais généraux supportés par la compagnie au titre de l'exercice 2020.

Type de produits	Chiffre d'affaires	Pourcentage du chiffre d'affaires	Frais généraux correspondants
Décès	846 487 867	30,64%	271 936 519
Mixte	935 340 986	33,86%	300 480 824
Epargne	980 720 932	35,50%	315 059 254
Total	2 762 549 785	100%	887 476 597

Tableau 3 Répartition des frais généraux par type de produits

Type de produit	Commissions payées
Décès	65 672 029
Mixte	187 956 814
Epargne	7 204 015

Tableau 4 Commissions payées par type de produit

Analyse pour les produits d'épargne,

- Pour les produits d'épargne, on dispose d'une base de données comprenant 19 562 contrats dans le portefeuille de l'assureur en début d'année 2020 répartis en fonction de la durée, des années de souscription et d'échéance comme suit :

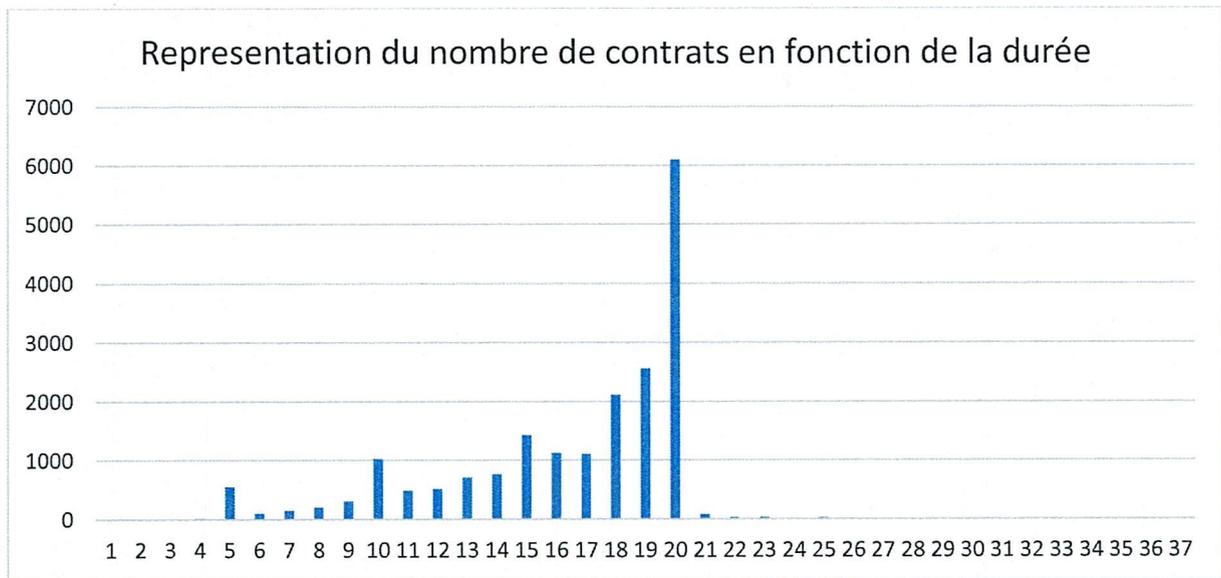


Figure 31 Représentation du nombre de contrats en fonction de la durée

Durée du contrat	Entre 1 an et 17 ans	18 ans	19 ans	20 ans	Au-delà de 20 ans
Pourcentage	43,63%	10,81%	13,08%	31,17%	1,31%

Tableau 5 Répartition du pourcentage des contrats capitalisation en fonction de la durée

Min	Max	Moyenne (pondéré par le nombre de contrats)	Variance
1	37	16,56	117,166

Tableau 6 Statistique descriptive de la durée des contrats capitalisation

La grande majorité des contrats en portefeuille soit 31,17% a une durée de 20 ans. L'âge moyen (pondéré par le nombre de contrats) est de 16,56 ans. La variance assez élevée soit 117,166 est due à l'écart important qu'il y a entre le minimum et le maximum des durées.

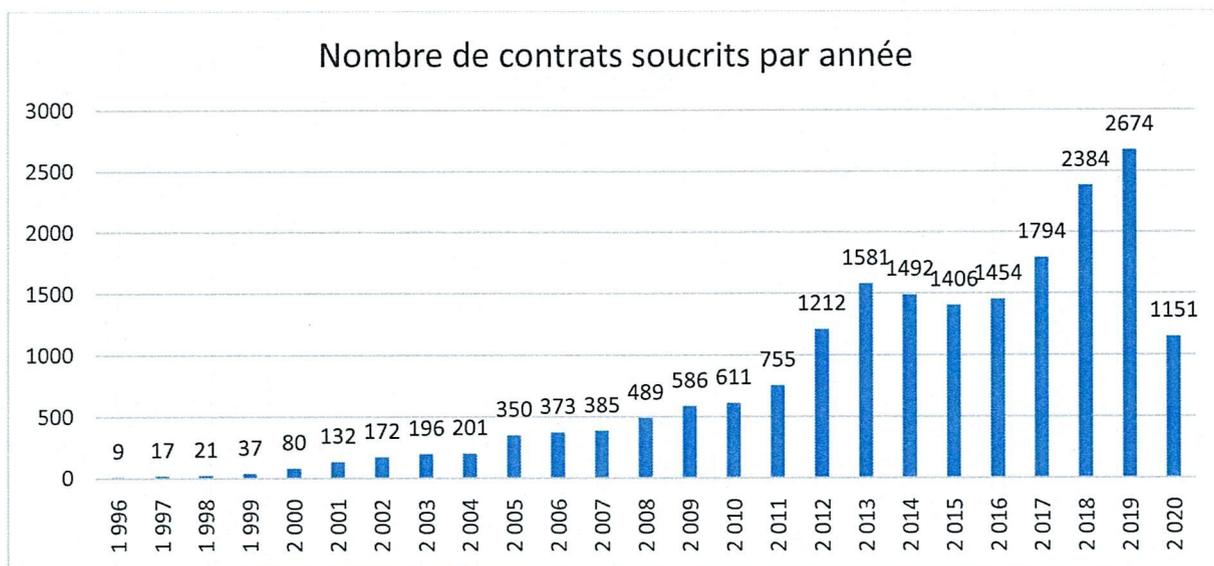


Figure 32 Représentation du nombre de contrats capitalisation souscrits par année

Entre 1996 et 2013, le nombre de contrats dans le portefeuille va croissant. On observe une baisse à partir de 2014 ce qui semble cohérent avec les résultats obtenus dans le tableau 4. En effet, on a montré dans le tableau précédent que la durée moyenne des contrats dans le portefeuille était de 16,56 ans et que la plupart des contrats avait une durée de 20 ans et donc les contrats souscrits à partir de 1996 arriveront à terme en moyenne à partir de 2013. En 2020, 1151 contrats ont été souscrits soit un pourcentage de 5,88%. Ce pourcentage représente le pourcentage des affaires nouvelles dans le portefeuille.

On remarque en outre qu'environ 71,55% des contrats sont souscrits entre 2012 et 2019.

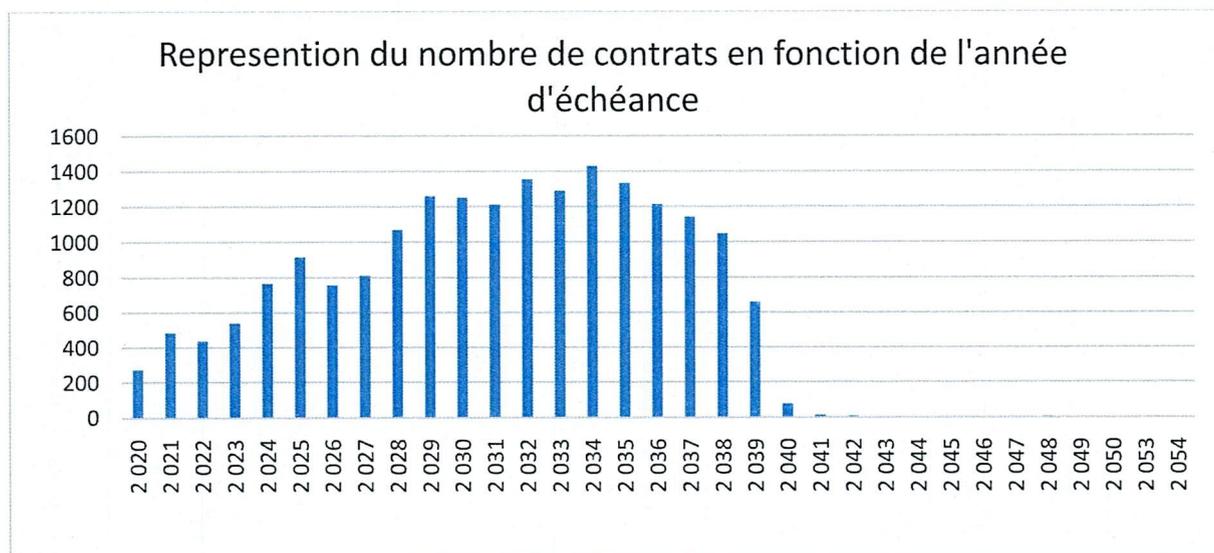


Figure 33 Représentation du nombre de contrats capitalisation en fonction de l'année d'échéance.

On a remarqué plus haut qu'environ 72% des contrats étaient souscrits entre 2011 et 2019, avec une durée moyenne d'environ 16 ans, on s'attendrait à ce qu'une grande proportion de contrats qui arrivent à terme entre 2027 et 2035. C'est justement ce qu'on observe sur la figure 31. De plus, on a 274 contrats arrive à terme en 2020 ce qui donne un pourcentage de 1,4%.

Notons que pour les produits de type capitalisation, les primes sont à versements libres. Ainsi, on a 7 229 assurés qui n'ont pas versé leur cotisation à la compagnie soit un pourcentage de 36,95%. On peut à priori dire que la compagnie ne pourra pas collecter les chargements espérés tels que prévus par les notes techniques pour les contrats concernés. Ce qui remet sur la table les discussions relatives à la zillmériisation notamment pour les chargements d'acquisition.

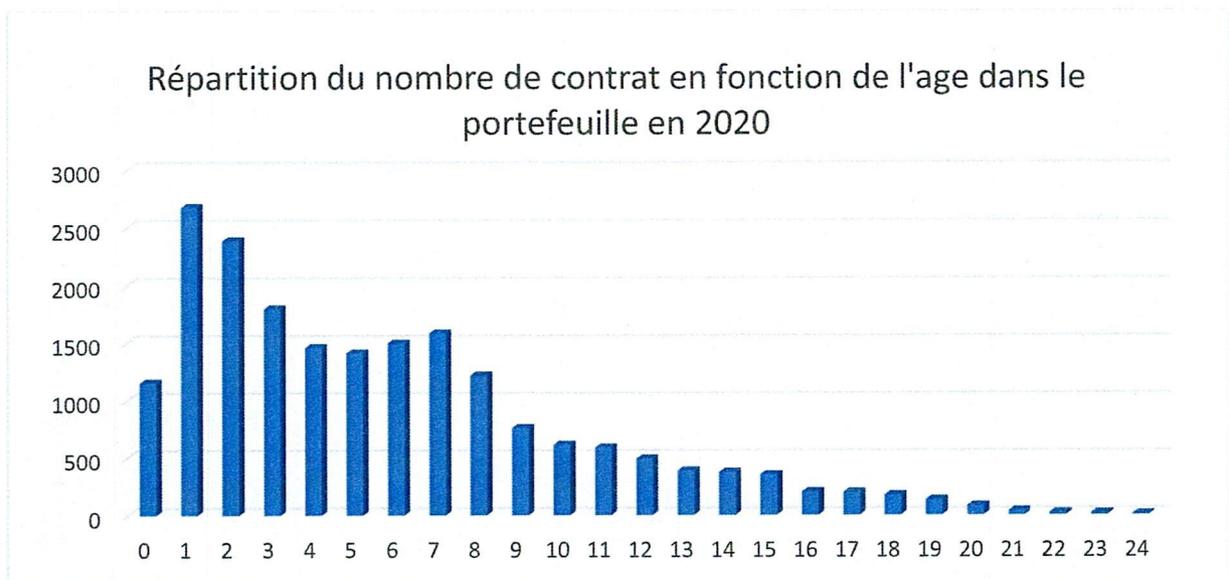


Figure 34 Répartition du nombre de contrat en fonction de l'âge dans le portefeuille en 2020

On a 40,91% des contrats qui ont entre zéro et trois ans dans le portefeuille en 2020. Le mode de commissionnement pratiqué par la compagnie pour ce produit est l'escompte partiel pendant les 03 premières années, on pourra à priori avoir un écart négatif sur les frais d'acquisition.

Le montant total des primes perçues au titre de l'année 2020 s'élève à 2 133 569 165

Le graphe ci-dessous nous donne une répartition du nombre de contrats en fonction du montant cotisé.

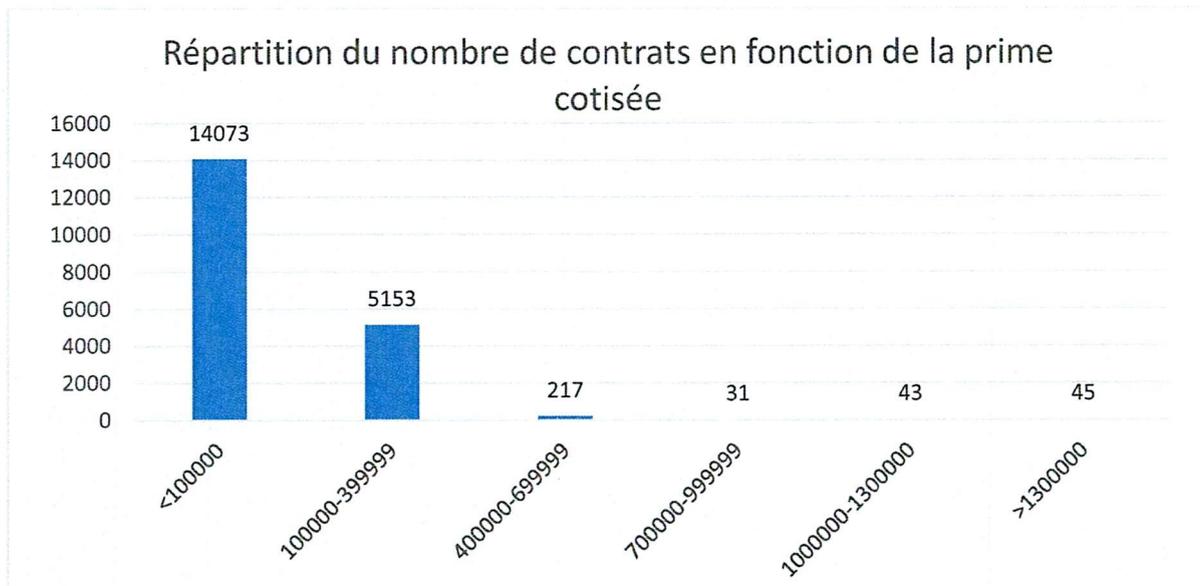


Figure 35 Répartition du nombre de contrats en fonction de la prime cotisée

On a 71,94% des assurés du portefeuille ont cotisé une prime inférieure à 100 000F, 26,34% ont cotisé une prime entre 100 000F et 400 000 et le reste soit 1,72% ont cotisé une prime au-delà de 400 000F. On peut donc dire à priori que la grande proportion des assurés de ce portefeuille a un revenu faible ou moyen.

Pour chacun de ses contrats, nous avons calculer la PM au 31/12/2019 avec la formule détaillée au paragraphe II.2.4. On a obtenu un total de 11 657 804 367 F.

- Le fichier relatif aux prestations des contrats capitalisation contient 4 386 prestations pour un montant total de 1 466 055 473 F qui sont réparties entre les rachats (partiels et totaux), les décès et les capitaux à terme.

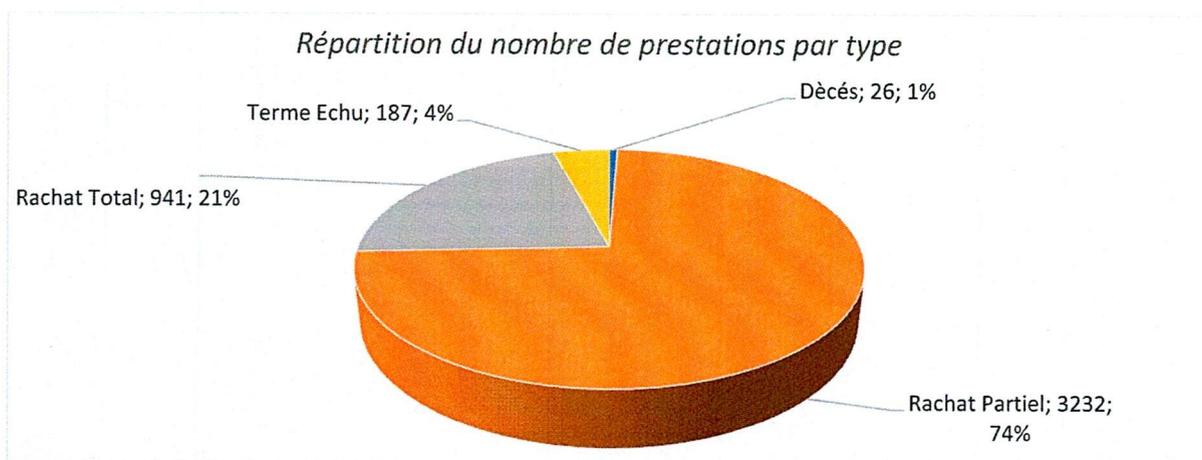


Figure 36 Répartition du nombre de prestations par type

Environ 74% des prestations sont des rachats partiels et 21% sont des rachats totaux. On a fait la remarque plus haut que la plupart des assurés du portefeuille avait à priori un revenu faible ou moyen, ce qui pourrait expliquer les rachats massifs qui seraient dû aux conditions de vie un

peu difficiles pour cette catégorie de personnes. Entre outre, sur les 274 contrats qui arrivaient à terme en 2020, il y a que 187 qui ont reçu leur capital à terme et six décès ; le reste des 81 contrats est resté sans suite, c'est la raison pour laquelle le régulateur demande qu'avant de nouer une relation contractuelle avec un assuré, les compagnies d'assurance doivent prendre des dispositions pour actualiser leur connaissance avec le client afin de le contacter pour qu'il rentre en possession de ses droits.

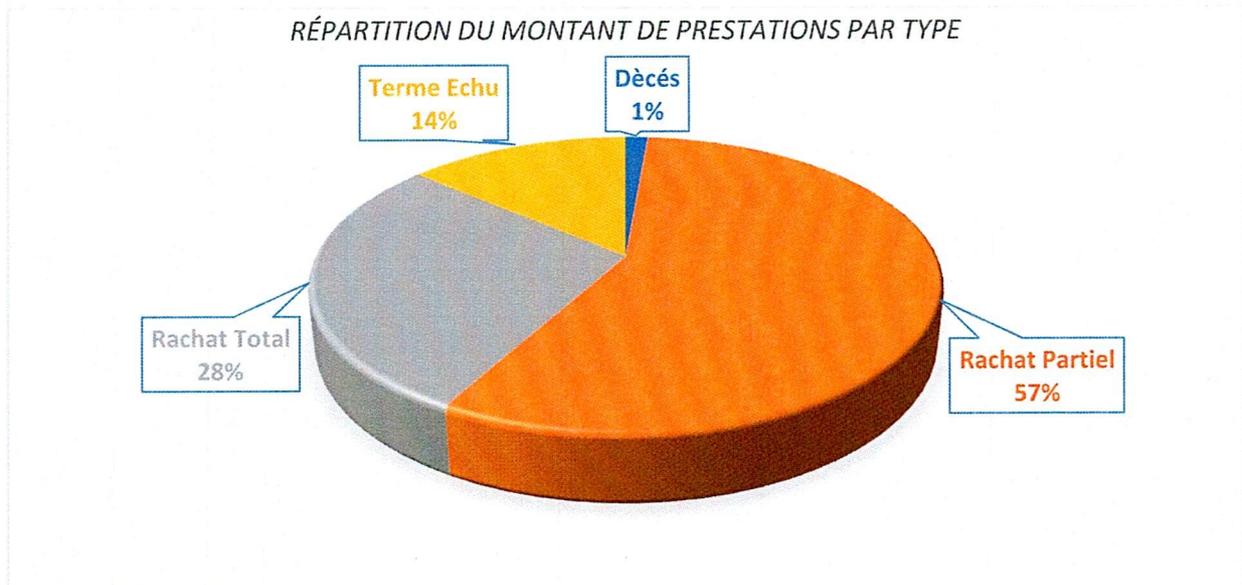


Figure 37 Répartition du montant de prestations par type

Les statistiques du montant de prestation par type suivent le même ordre que celles du nombre. Environ 57% du montant total de prestations sont destinés aux rachats partiels, 28 % aux rachats totaux, 14 % aux capitaux à terme et environ 1% aux décès.

On remarque en outre un différé entre les dates de survenance (date à laquelle le contrat arrive à terme, date de réception des lettres pour les rachats) et les dates de décaissement. En effet, le code CIMA en son article 74 fixe les délais pour le versement de la valeur de rachat à 2 mois et celui du versement des capitaux à terme à 15 jours.

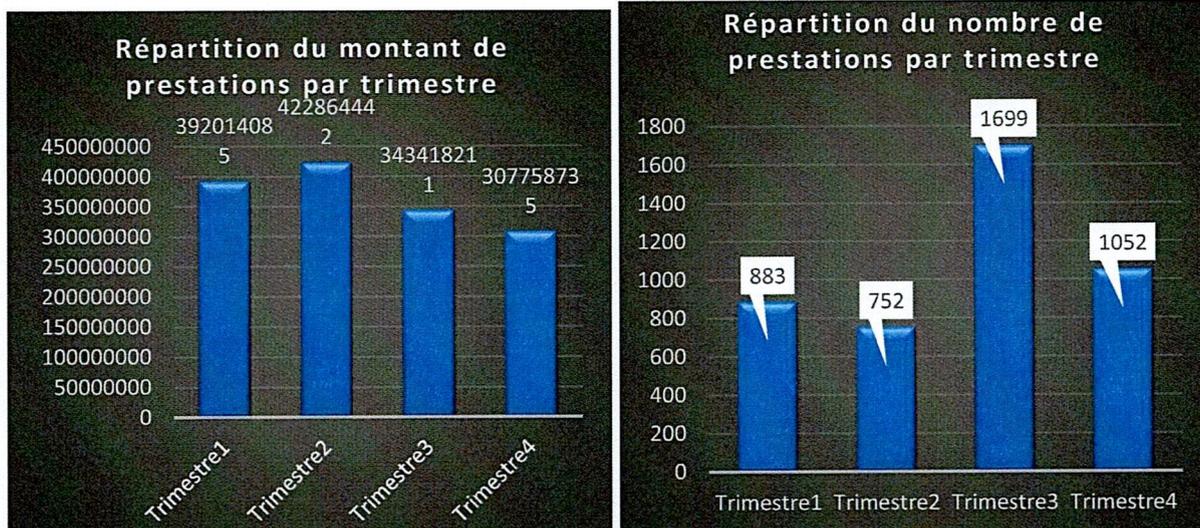


Figure 38 Répartition du montant et du nombre de prestations par trimestre

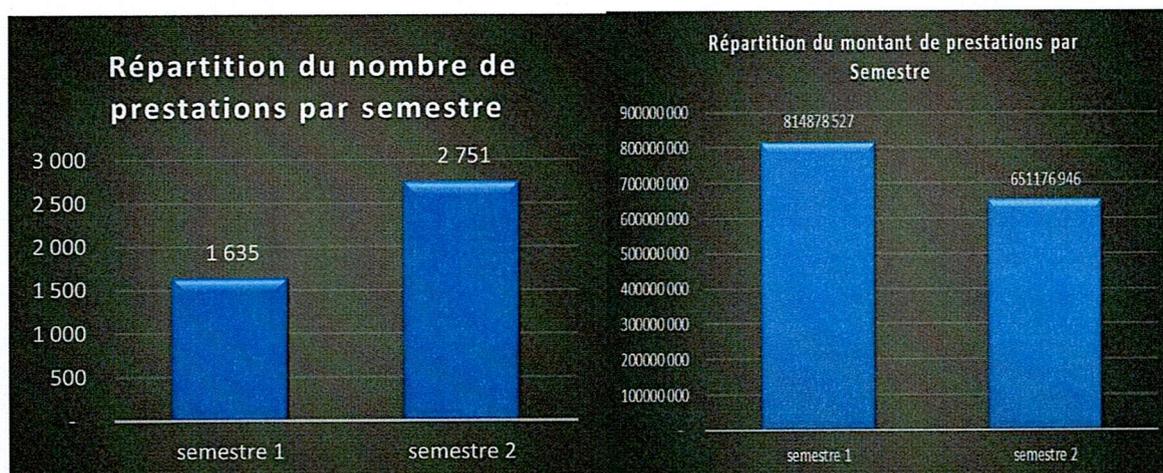


Figure 39 Répartition du montant et du nombre de prestations par semestre

Détermination de l'écart sur les chargements

Chargements de gestion,

Le chargement de gestion prévu au contrat est de $g = 0,3\%$ de l'épargne gérée.

$$\text{Chargement gestion prévu dans le contrat} = \sum_i g * PM_i = 320\,874\,582\,F$$

Le montant des chargements de gestion supportés par la compagnie pour les produits décès est consigné dans le tableau 3 et vaut 315 059 254F.

D'où écart sur chargements de gestion = $-5\,815\,328\,F$

La compagnie a réalisé une perte sur les chargements de gestion des produits épargne.

Le taux de chargement de gestion est appliqué à chaque prime est $f = 3\%$.

Chargement d'acquisition,

$$\text{Chargement acquisition prévu dans le contrat} = \sum_i f * \text{prime}_i = 6\,289\,852$$

Le montant des commissions payées par la compagnie pour les produits épargne est consigné dans le tableau 4 et vaut 7 204 015

D'où, écart sur chargements d'acquisition = - 914 163 F

Ainsi, l'écart total sur les chargements est :

$$\text{Ecart sur chargements} = -6\,729\,491F$$

Détermination de l'écart financier

Taux garanti	3%
Taux réalisé	5%
Ecart	2%

Nous allons considérer le montant des prestations lors du calcul de l'écart financier puisque le montant de ces prestations est déduit de la provision mathématique du contrat concerné ce qui est de nature à diminuer un éventuel gain financier.

Pour évaluer le gain financier, nous allons ramener les prestations du premier semestre en milieu d'année et ceux du second semestre en fin d'année. Les primes sont payables d'avance en début d'année.

Gain attendu	290 090 146
Gain réel	556 217 988
Ecart financier	266 127 843

La compagnie a réalisé un gain financier sur les produits d'épargne d'un montant total de 266 127 843F.

D'où un profit global sur produits d'épargne d'un montant de 259 398 352 F avec une contribution des affaires nouvelles à hauteur de 23 060 513 soit 8,89%.

Il n'y a pas de profit ou de perte sur la mortalité dans les produits épargne car la tarification et le provisionnement ne prennent pas compte les probabilités viagères.

Pour les produits décès

Les produits décès sont essentiellement constitués des contrats temporaires décès et des contrats décès emprunteurs souscrits pour la couverture des prêts bancaires. Ci-dessous quelques statistiques sur le portefeuille des contrats décès de la compagnie.

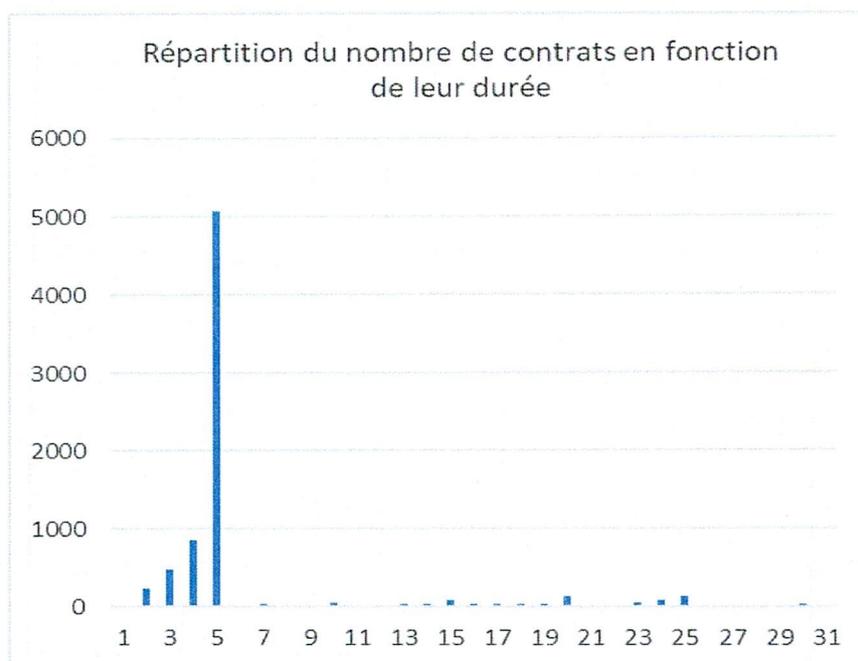


Figure 40 Répartition du nombre de contrats en fonction de leur durée

Min	Moyenne des durées (pondérée par le nombre de contrats)	Maximum	Variance
1	6,71	31	82,6666667

Tableau 7 Statistique descriptive de la durée des contrats décès

Plus de 80% des contrats décès en portefeuille a une durée de 5 ans. La durée minimale est de 1 an, la durée maximale de 31 ans et la durée moyenne est de 6,71 ans.

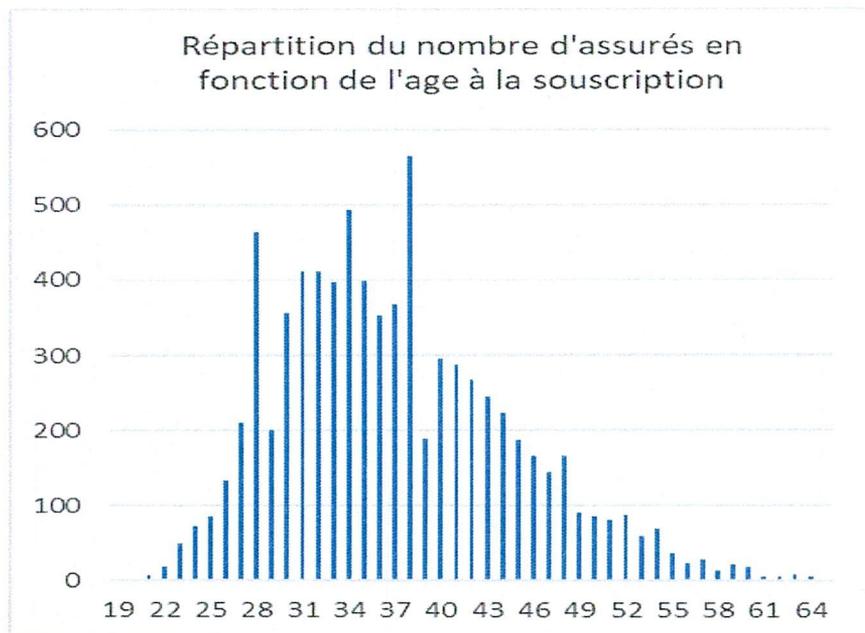


Figure 41 Répartition du nombre d'assurés des contrats décès en fonction de l'âge à la souscription

Age min à la souscription	Age moyen à la souscription	Age max à la souscription	Variance
19	37,01	65	188

Tableau 8 Statistique descriptive de l'âge à la souscription des contrats décès

On constate que les âges à la souscription sont concentrés aux jeunes âges (entre 26 et 46 ans), au-delà, il n'y a pas beaucoup d'assurés. L'âge minimum à la souscription dans le portefeuille est 19 ans. Notons que le code des assurance interdit la souscription d'un contrat en cas de décès sur la tête d'un mineur de moins de 12 ans. L'âge moyen à la souscription des contrats décès est d'environ 37 ans et l'âge limite est 65 ans.

Détermination du capital restant dû pour les contrats décès emprunteurs.

Soit i le taux d'intérêt annuel du prêt, C le montant de l'emprunt, n la durée du prêt, p la périodicité de remboursement du prêt et i^p le taux équivalent.

Le montant de l'annuité a est obtenu en utilisant l'équivalence ci-dessous :

$$a * \left[\frac{1}{1 + i^p} + \frac{1}{(1 + i^p)^2} + \dots + \frac{1}{(1 + i^p)^{n*p}} \right] = C$$

En utilisant la formule d'une suite géométrique de premier terme et de raison $\frac{1}{1+i^p}$ et en tirant l'expression de a , on obtient :

$$a = i^p * \frac{C}{1 - (1 + i^p)^{-n*p}}$$

Le capital restant dû au début de la $j^{\text{ème}}$ période C_j est donc obtenu en utilisant la formule ci-dessous :

$$C_j = a * \sum_{k=j+1}^{n*p} \frac{1}{(1+i^p)^{k-j}} = a * \frac{1 - (1+i^p)^{-(n*p-j)}}{i^p}$$

Evaluation de l'écart sur les chargements

Hypothèses de chargement	
Chargement de gestion	0,1% du capital garanti
Chargement d'acquisition	12% de la prime commerciale

Chargements de gestion

Le taux de chargements de gestion prévu par les notes techniques est de $g = 0,1\%$ du capital garanti, nous allons donc l'appliquer à tous les capitaux garantis des contrats en portefeuille et faire la somme. On obtient :

$$\text{Chargement gestion prévu dans le contrat} = \sum_i g * \text{capital}_i = 261\,277\,728\,F$$

Le montant des chargements de gestion supportés par la compagnie pour les produits décès est consigné dans le tableau 3 et vaut 271 936 519 F.

$$\text{D'où écart sur chargements de gestion} = -10\,658\,791\,F$$

La compagnie a réalisé une perte sur les chargements de gestion des produits décès.

Chargements d'acquisition

Le taux de chargement d'acquisition prévu par les notes techniques est de 12% de la prime commerciale.

Notons que pour les contrats décès emprunteurs, la prime est unique et donc pour ces contrats, nous n'allons appliquer le taux de chargement qu'aux primes des contrats souscrits en 2020.

$$\text{Chargement acquisition prévu dans le contrat} = \sum_i f * \text{capital}_i = 63\,485\,266\,F$$

Le montant des commissions payées par la compagnie pour les produits décès est consigné dans le tableau 4 et vaut 65 672 029F

$$\text{D'où, écart chargement acquisition} = -2\,186\,763\,F.$$

La compagnie a réalisé une perte sur les chargements d'acquisition ce qui peut être du au mode de commissionnement pratiqué pour les produits décès qui est l'escompte partiel.

Ainsi, l'écart total sur les chargements est :

$$\text{Ecart sur chargements} = -12\,845\,514\,F$$

Evaluation de l'écart de mortalité

Les contrats décès n'ont pas de valeur de rachat, la seule prestation dans ce cas est le versement du capital garanti en cas de décès de l'assuré avant le terme du contrat.

Pour chacun des contrats décès, nous avons la PM au 31/12/2020.

Calcul de l'expected death strain

Pour chaque assuré, la probabilité de décéder dans l'année est $q_{x'}$, où x' désigne l'âge de l'assuré en 2020. Ainsi, en utilisant la formule explicitée au paragraphe III.2.3, l'expected death strain total est :

$$\begin{aligned} \text{Total Expected death strain} &= \sum_i q_{x'_i} * (\text{capital}_i - \text{PM au 31/12/2020}_i) \\ &= 118\,900\,504\,F \end{aligned}$$

Notons que pour les contrats décès emprunteurs, capital_i est le capital restant dû en début d'année 2020.

On a observé 10 décès au cours de l'exercice 2020 d'un montant total de 133 730 483 F, l'actual death strain est :

$$\text{Total actual death strain at risk} = \sum_{i=1}^{10} (\text{capital}_i - \text{PM au 31/12/2020}_i) = 90\,196\,558\,F$$

D'où le gain de mortalité suivant :

$$\text{Mortality profit} = 28\,703\,946\,F$$

La compagnie a réalisé un profit de mortalité sur les produits décès car il y'a eu moins de décès que ce que prévoyait la table de mortalité réglementaire.

Evaluation de l'écart financier

Taux garanti	3,5%
Taux réalisé	5%
Ecart	1,5%

PM au 01/01/20	643 714 109 F
----------------	---------------

Total des primes perçues au cours de l'exercice 2020	190 684 358 F
Sinistres survenus au cours de l'exercice 2020	133 730 483 F

Pour le calcul de l'écart financier, On va ramener les sinistres en milieu d'année.

On obtient le résultat ci-dessous :

Gain attendu	26 883 790 F
Gain réalisé	38 417 439 F
Ecart financier	11 533 649 F

Tableau 9 Résultat financier des produits de type décès

La compagnie a réalisé un gain financier sur les produits décès, d'un montant de 11 533 649F.

Le profit de la compagnie pour les produits décès est : 27 392 081 F. Notons que la contribution des affaires nouvelles sur ce profit est de 6 168 528 soit 22,51%.

Pour les produits mixtes,

Les produits mixtes sont essentiellement composés des rentes éducation mixtes.

La procédure pour l'évaluation des écarts est la même que celles déroulées plus haut et on obtient les résultats ci-dessous :

Ecart de mortalité	10 585 658
Ecart financier	49 856 987
Ecart sur chargements	- 5 586 354
Profit	54 856 291

La contribution des affaires nouvelles à ce profit est de 13 406 878 soit 24,44% du profit global sur les produits mixtes.

III.3.1 Synthèse des résultats et perspectives

On a obtenu les résultats consignés dans le tableau ci-dessous afin de voir comment les sources de profit sont dérivées des résultats du compte de résultat :

Ecart	Montant	Contribution au profit
Ecart financier	327 518 479	94,30%
Ecart sur la mortalité	39 289 604	11,31%
Ecart sur chargements	- 25 161 359	-7,24%
Autres sources de profit	5 658 878	1,63%
Profit	347 305 602	100%

La compagnie a réalisé un profit annuel d'un montant de 347 305 602. Ce profit est constitué à 94,30% du bénéfice financier, à 11,31% du bénéfice de mortalité, à 1,63% des autres sources de profit et d'une perte de - 6,83% sur les chargements. La contribution des affaires nouvelles dans le profit est de 42 635 919 F soit un pourcentage de 12,27%. Et donc ce sont les contrats qui étaient déjà dans le portefeuille avant la date d'évaluation (2020) qui ont le plus contribué au profit de la compagnie.

La contribution des produits mixtes au profit global est de 16,05%, celle des produits décès est de 8,01% et la plus grande part revient aux produits d'épargne avec 75,92%.

L'essentiel du résultat provient du bénéfice financier : les produits financiers issus du placement des actifs de la compagnie sont rentables. Les placements sont bien faits et donc, le service financier dispose d'une bonne politique de placement des actifs ; ce qui est à encourager.

L'écart de mortalité est positif ce qui peut s'expliquer par le fait que le nombre de décès réel était inférieur à celui prévu par la table de mortalité réglementaire et le portefeuille de la compagnie est constitué d'une proportion non négligeable des produits décès.

L'écart sur les chargements (acquisition et gestion) est négatif : Pour les frais d'acquisition, cet écart négatif peut s'expliquer par le fait que pour la plupart des produits en portefeuille, le mode de commissionnement pratiqué est l'escompte de commissions. De plus, le portefeuille de la compagnie compte environ 40% des contrats qui étaient dans leurs premières années. Au bout de plusieurs années de commercialisation, les frais d'acquisition auront tendance à diminuer, l'écart d'acquisition pourra alors devenir positif.

L'écart négatif sur les chargements de gestion traduit le fait que les chargements prévus par les notes techniques ne sont pas suffisants pour couvrir les frais généraux de la compagnie d'assurance. La compagnie, pour palier à ce déficit pourrait soit augmenter les chargements prévus par les notes techniques, ce qui est délicat puisque la concurrence est rude sur le marché, ou alors limiter ou réduire ses frais généraux. La compagnie pourrait également puiser sur d'autres bénéfices pour compenser ce déficit.

Ce constat est d'autant plus général que la réglementation a récemment instauré la mise en place d'une provision globale de gestion qui correspond à l'ensemble des charges de gestion et d'acquisition futures des contrats non couvertes par les ressources prévues par ailleurs.

L'actuaire devrait donc prendre beaucoup de précaution dans la détermination du montant des chargements car une sous-estimation ou une surestimation de ces derniers influence les résultats de la compagnie.

En outre, les missions de contrôle de la CIMA ont jusque-là privilégié le contrôle des provisions techniques et autres engagements réglementés sans arriver à une limitation des frais généraux. Un contrôle adéquat des frais généraux par la CRCA serait nécessaire : il conviendrait de contrôler la réalité de certaines dépenses et leurs liens avec l'objet social de l'entreprise.

Nous aurions pu inclure un écart sur les rachats si on avait une table de chute de rachat en zone CIMA. Celle-ci nous donnerait une estimation du montant des rachats annuels et permettrait ainsi d'orienter la politique de gestion de la compagnie notamment sur le plan financier (disposer des actifs suffisamment liquides pour pouvoir faire face aux éventuels rachats).

Les bénéfices financiers et de mortalité sont liés à 02 risques majeurs en assurance vie :

- Le risque de mortalité représentant une sous-estimation des taux de mortalités pouvant augmenter la valeur réelle des engagements de l'assureur.
- Le risque de marché résultant des fluctuations de la conjoncture économique et financière et devant impacter la valeur des actifs de la compagnie ainsi que celle de ses passifs.

Ainsi, comme mesure de contrôle pour ces risques, on peut citer pour le premier l'utilisation des tables de mortalité d'expérience quoiqu'elles ne soient pas encore autorisées par le code CIMA, et pour le second risque, la diversification dans les placements des actifs de la compagnie.

Enfin, avant de commercialiser des produits, il serait important de faire des profit testing afin de voir si ces produits seront rentables pour la compagnie ou pas.

CONCLUSION

L'analyse du surplus constitue un outil privilégié d'analyse de l'activité d'assurance vie en ce sens qu'elle facilite la compréhension des sources de profit de l'activité et permet de connaître les contributions de chaque produit ou groupe de produits sur le profit de la compagnie au cours d'une année. Elle permet ainsi d'entretenir une politique commerciale concurrentielle et dynamique pour avoir un meilleur contrôle de l'activité.

À mesure que la concurrence au sein des compagnies d'assurance de la zone augmente, le besoin de la Direction Générale de comprendre sa situation financière, y compris ses principales sources de profit augmente également. Cette compréhension est cruciale pour la capacité de la direction à prendre des décisions éclairées concernant l'orientation future de l'entreprise et contribue à la recherche de leviers techniques et/ou commerciaux afin d'aider l'entreprise à améliorer son résultat. Les techniques d'analyse du surplus présentées dans ce document devraient fournir à la direction des outils nécessaires pour mener à bien cette tâche.

En outre, cette analyse est importante pour le calcul des participations aux bénéfices puisque la réglementation impose une participation minimale. Ce minimum est composé de 90% des bénéfices de mortalité et de gestion et 85% des bénéfices financiers.

Néanmoins, comme limite de cette analyse, on peut avoir la non prise en compte de la réassurance. Toutefois il convient de préciser que l'impact de la réassurance n'intervient essentiellement que pour des contrats d'assurance en cas de décès.

Enfin, les compagnies d'assurance vie se caractérisent par la prise d'engagements sur des durées longues, cette durée peut parfois atteindre la durée de vie de l'assuré (rentes viagères par exemple). Ainsi, par sa particularité de cycle de production inversé le rendement de l'activité d'assurance impose une étude du produit sur l'ensemble de la durée de vie de celui-ci et nécessite donc le recours à une vision prospective.

BIBLIOGRAPHIE

Sites Internet

- [1] <https://www.atlas-mag.net/article/impact-du-covid-19-sur-l-assurance>
- [2] https://fr.wikipedia.org/wiki/Population_mondiale

Rapports annuels

- [1] Annuaire des sociétés membres de la FANAF (XXVIIe Edition 2020)
- [2] Marché de l'assurance en Afrique : Données 2015-2019 FANAF
- [3] Rapport annuel de la CIMA exercice 2019
- [4] Bulletin officiel de la CIMA vingt-cinquième édition

Livres

- [1] DAVID C. M. Dickson, Mary R. Hardy & Howard R. Waters. Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks (2nd Edition)
- [2] Saliou Bakayoko (2007). Fonctionnement technique et actuariel de l'assurance vie et capitalisation
- [3] Sue A. Collins & David J. Keeler. Analysis of life company financial performance
- [4] Deacon, M. and Derry. Mortality profit and Multiple life insurance P 49
- [5] Eric MANIABLE (2016). Impact du changement des tables CIMA
- [6] Code CIMA (Edition 2019)
- [7] Emmanuel Scheid. Introduction à l'assurance vie.
- [8] Edith Bocquaire (2019). Les grands principes de l'actuariat
- [9] Pierre Petauton. Théorie et pratique de l'assurance vie
- [10] Christian Hess. Méthodes actuarielles de l'assurance vie
- [11] GREGORY D. JACOBS & JEFFREY C. HARPER. Source of profit analysis
- [12] Djagana Ouattara. Assurances de personnes
- [13] Eric Maniable. Pilotage technique et financier des compagnies d'assurances
- [14] Deacon, M. and Derry. Mortality profit and Multiple life insurance P 49
- [15] Natalia Lysenko, Gary Parker. Stochastic analysis of life insurance surplus
- [16] Andrew GWODOG. Marché financier et assurance vie
- [17] Faye Mamadou. Confection et analyse des états CIMA IARDT et Vie
- [18] Ouedraogo Adolphe (2008). Faiblesses actuelles des compagnies d'assurances et moyens susceptibles d'être mobilisés pour leur consolidation Pérenne

Mémoires

- [1] Alexandre Bravo (2013). Analyse de marge en assurance vie
- [2] Ronan Blaize (2015). De l'analyse de marge rétrospective aux travaux prospectifs

ANNEXES

LES NOMBRES DE COMMUTATIONS

On note : $v = \frac{1}{1+i}$: Actualisation au taux technique

$l_x =$ Nombre de survivants à l'age x

w âge limite de la table de mortalité ($w=106$ ans)

M_x	$M_x = \sum_{k=0}^{w-x} C_{x+k}$
C_x	$(1 - l_x) * v^{x+1/2}$
D_x	$D_x = l_x v^x$
N_x	$N_x = \sum_{k=0}^{w-x} D_{x+k} = \sum_{k=x}^w D_k$

EXPRESSIONS DES NOTATIONS ACTUARIELLES EN FONCTION DES COMMUTATIONS

On note : $v = (1 + i)^{-1}$

N°	NOM	EXPRESSION	EN FONCTION DES COMMUTATIONS
1.	Annuité viagère payable d'avance : Rente viagère immédiate de IF annuellement en début de période sur une tête d'âge x non réversible	$\ddot{a}_x = \left[1 + v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^{(k-1)} \frac{l_{x+k-1}}{l_x} + \dots \right]$ $= 1 + \sum_{k=1}^{w-x-1} \frac{l_{x+k}}{l_x} * v^k + \sum_{k=1}^{w-x-1} p_x * v^k$	$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$
2.	Annuité viagère fractionnée en k termes égaux dans l'année payable d'avance : Rente viagère fractionnée immédiate de IF en début de période sur une tête d'âge x non réversible en k termes égaux dans l'année	$\ddot{a}_x^{(k)} = a_x + \frac{k-1}{2k}$	$\ddot{a}_x^{(k)} = \frac{N_x}{D_x} - \frac{k-1}{2k}$
3.	Annuité viagère payable à terme échu : Rente viagère immédiate de IF annuellement à terme échu de période sur une tête d'âge x non réversible	$a_x = \left[v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^k \frac{l_{x+k}}{l_x} + \dots \right] = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{l_{x+k}}{l_x} * v^k$ $= \sum_{k=1}^{w-x} p_x * v^k$	$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$

<p>4. Annuité viagère fractionnée en k termes égaux dans l'année payable à terme échu : <i>Rente viagère fractionnée immédiate de 1F en fin de période sur une tête d'âge x non réversible en k termes égaux dans l'année</i></p>	$a_x^{(k)} = a_x + \frac{k-1}{2k} = a_x - \frac{k-1}{2k}$	$a_x^{(k)} = \frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{k-1}{2k}$
<p>5. Annuité temporaire payable d'avance : Valeur de rente de 1F versé en début de période sur une période de n</p>	$\begin{aligned} {}^n\ddot{a}_x &= [1 + v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^{(n-1)} \frac{l_{x+n-1}}{l_x}] = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l_{x+k}}{l_x} * v^k \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} p_x * v^k \end{aligned}$	${}^n\ddot{a}_x = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$
<p>6. Capital différé de durée n années</p>	${}^nE_x = [v^n \frac{l_{x+n}}{l_x}]$	${}^nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$
<p>7. Annuité temporaire payable à terme échu : Valeur de rente de 1F versé à terme échu sur une période de n</p>	${}^n a_x = v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^n \frac{l_{x+n}}{l_x} = \sum_{k=1}^n \frac{l_{x+k}}{l_x} * v^k = \sum_{k=1}^n {}_k p_x * v^k$	${}^n a_x = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$
<p>8. Annuité fractionnée en k termes égaux dans l'année à terme échu payant durant n année</p>	${}^n a_x^{(k)} = {}^n a_x + \frac{(k-1)}{2k} * (1 - {}^n E_x)$	${}^n a_x^{(k)} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} + \frac{(k-1)}{2k} * (1 - \frac{D_{x+n}}{D_x})$

<p>9. Annuité fractionnée payable d'avance en k termes égaux pendant n années</p>	$ n\ddot{a}_x^{(k)} = n\ddot{a}_x + \frac{(k-1)}{2k} * ({}_nE_x - 1)$	$ n\ddot{a}_x^{(k)} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{(k-1)}{2k} * \left(\frac{D_{x+n}}{D_x} - 1\right)$
<p>10 L'annuité viagère portant sur deux têtes d'âges x et y qui doivent être vivantes simultanément</p>	$a_{xy} = \sum_{k=1}^{w-x} v^k = \sum_{k=1}^{w-x} k p_x * k p_y * v^k$	
<p>11 Rente de survie viagère avec entrée en jouissance à la date anniversaire de souscription du contrat</p> <p>Représente l'engagement de servir 1F à la tête de (y) tant que celle-ci est encore en vie, à partir de la fin de l'année de survenance du décès de la tête assuré x.</p> <p>La rente de suivi est donc interprétée comme une annuité sur la tête de (y) de laquelle on déduit une annuité unitaire sur un groupe (x;y) disparaissant au premier décès.</p>	$a_{x y} = a_y - a_{xy}$	