

INSTITUT INTERNATIONAL DES ASSURANCES



IIA

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES ET DE STAGE

En vue de l'obtention du

**Diplôme d'Etudes Supérieures Spécialisées en Assurances
(DESS-A)**

Thème :

**LES ETATS C9 ET C10 : EVALUATION DETERMINISTE
ET STOCHASTIQUE DES PROVISIONS POUR
SINISTRES A PAYER**

Présenté par :

M. SAWADOGO Pegwendé Moïse

Sous la direction de :

M. TRAORE Aboubacar
Chef du service risques divers
de SONAR IARD

Jury

Président :

Membres :

18^{ème} promotion

IIA, BP : 1575 Yaoundé Cameroun - Tel : (237) 22 20 71 52 - Fax : (237) 22 20 71 51 - Email: iia@jiacameroun.com

DEDICACE

A mon DIEU

Pour les immenses grâces dont il m'a comblé

A mon Père et à ma Mère

A mes frères et sœurs

Pour le soutien et les encouragements

REMERCIEMENTS

IL nous plait d'exprimer ici nos remerciements et notre reconnaissance à l'endroit de :

- ❖ M. André BAYALA, Directeur Général de la SONAR IARD, pour avoir accepté de nous accueillir dans sa compagnie en vue de notre stage pratique
- ❖ M. Boubacar TRAORE, notre Directeur de mémoire et chef du service risques divers de la SONAR IARD, pour sa disponibilité et ses précieux conseils ;
- ❖ M. Clément SANDWIDI du service commercial de SONAR VIE, pour ses multiples encouragements et soutiens ;
- ❖ Tout le personnel du Groupe SONAR, pour la bonne ambiance et l'accueil qui m'a été réservé à l'occasion de mon passage dans chacun des services du groupe ;
- ❖ La Direction des Assurances, en particulier à M. Boubacar SANGARE, Directeur des Assurances, qui n'a ménagé aucun effort, pour nous assister tout au long de notre stage ;
- ❖ Les responsables de l'IIA:
 - M. Jean Raoul DOSSOU YOVO, Directeur Général,
 - M. Paul SARR, Directeur des Etudes,
 - M. Luc Zé NDONG, Directeur Administratif et Financier,
 - M. AYEVA, adjoint du Directeur des Etudes,pour les bonnes conditions d'études dont nous avons bénéficié tout au long de notre formation à l'Institut International des Assurances ;
- ❖ Nos parents, amis et tous ceux qui ont eu des pensées et des prières pour nous.

ABBREVIATIONS

PAP	:	Provisions pour Annulation de primes
PSAP	:	Provisions pour Sinistres A Payer
VTM-RC	:	Véhicule Terrestre à Moteur : Responsabilité Civile
CRCA	:	Commission Régionale de Contrôle des Assurances
CIMA	:	Conférence Inter Africaine des Marchés d'Assurance
VaR	:	Value at Risk
TVaR	:	Tail Value at Risk

INTRODUCTION

Dans le cadre de notre formation à l’Institut International des Assurances (IIA), nous avons effectué du 5 mai au 17 octobre 2008, un stage pratique au sein du groupe SONAR (Société Nationale d’Assurances et de Réassurances). En effet, la formation qu’offre l’IIA comporte deux phases : une phase théorique composée de matières enseignées à l’institut et une phase pratique à effectuer en compagnie.

C’est à la faveur de ce stage pratique que nous avons procédé à la rédaction du présent mémoire dont le thème est : « *Les états C9 et C10 : évaluation déterministe et stochastique des provisions pour sinistres à payer* », choix qui procède du souhait d’utiliser les états CIMA comme bases pouvant, sinon aboutir, du moins concourir à la prise de bonnes décisions relatives à divers aspects de l’assurance comme la tarification, la liquidation des sinistres et leur provisionnement.

Si les deux premiers aspects revêtent une importance qui n’est plus à démontrer, c’est néanmoins sur le dernier que nous nous pencherons davantage, et ce, pour plusieurs raisons :

D’abord, le poids des provisions techniques dans le bilan des sociétés d’assurance. En effet, ces engagements réglementés représentent 70% à 80% du total du bilan des sociétés d’assurance.

Ensuite l’intérêt que les autorités du contrôle y portent, en raison du phénomène de sous-provisionnement observé dans nombre de compagnies.

Enfin, et c’est là qu’apparaît la deuxième et principale motivation du choix de notre thème, les provisions techniques et plus singulièrement les provisions pour sinistres à payer (PSAP) font l’objet, depuis quelques années, de nouvelles méthodes d’évaluation actuarielles dites stochastiques qui se distinguent des méthodes classiques, entre autres, par la possibilité qu’elles donnent à une compagnie de déterminer sa PSAP en fonction du degré de prudence souhaité. Par méthodes

classiques (ou encore déterministes), l'on entend les méthodes telles que : les cadences de règlement, le coût moyen, le Chain Ladder etc. Ces méthodes, utilisées par la plupart des entreprises d'assurances de la zone CIMA, permettent certes d'estimer les provisions de sinistres, mais demeurent muettes quant à la mesure (ou la quantification) de leur degré de prudence.

Aussi, nous sommes nous proposés d'explorer, en plus des méthodes déterministes, les méthodes stochastiques, dans le cadre de l'utilisation statistique des états CIMA, méthodes dont il convient de souligner qu'ailleurs, en Europe et aux Etats Unis notamment, elles prennent le pas sur les premières. Pour ce faire, plusieurs états peuvent nous servir d'outils de travail. A ce propos, on peut noter que les différents états réglementaires sont listés à l'article 422 du code des assurances. Il conviendra néanmoins, pour les états C9, C10, C10a et C10b de recourir aux chapeaux desdits états et à l'article 411 du code CIMA pour en arrêter une liste exhaustive.

Pour autant, seuls trois de ces états reposent sur des données statistiques, les autres reposant sur des données comptables. Il s'agit des états C9, C10 et C10b. Toutefois, dans le cadre de notre travail, nous nous intéresserons principalement aux états C9 et C10 :

- l'état C9, parce qu'il permettra d'évaluer les provisions pour annulation de primes (PAP) ;
- l'état C10, en raison de la possibilité qu'il nous offre d'évaluer les (PSAP) selon une démarche déterministe mais aussi, suivant une approche stochastique.

Notre mémoire se subdivise en deux parties : une première consacrée à une analyse des états C9 et C10, où à travers leurs présentations et des exemples de leurs confections, nous essayons de comprendre les informations qu'ils contiennent ou qu'ils devraient contenir, et une seconde partie dans laquelle nous abordons et traitons d'applications de ces deux états dans le cadre des approches ci-dessus évoquées.

PREMIERE PARTIE : ANALYSE DES ETATS C9 ET C10

CHAPITRE 1 : L'ETAT C9

I.1. Présentation de l'état C9

L'état C9 se présente sous la forme d'un tableau à double entrée et son modèle est prévu à la fin du livre IV du code CIMA :

C9 : Ventilation par exercice de souscription et par branche des primes arriérées, encaissements et annulations

EXERCICE D'INVENTAIRE	EXERCICE DE SOUSCRIPTION						TOTAL
	(1) Emissions (2) Annulations (3) Encaissements Arriérées(1)-(2)-(3)						
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)		0				
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)			0			
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)				0		
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)						0

Comme l'indique son chapeau, l'état C9 doit être confectionné pour chacune des catégories définies à l'article 411 du code des assurances. En particulier, il doit être tenu aussi bien par les sociétés IARD que par les sociétés Vie.

L'état C9 est composé de grandes lignes (les exercices d'inventaire) et de colonnes (les exercices de souscription plus une colonne Total). Chaque grande ligne est constituée de lignes (Emissions, Annulations, Encaissements, Arriérées et Arriérées : report à nouveau, sauf pour le plus ancien exercice d'inventaire) qui se répètent d'un exercice d'inventaire à l'autre. A ce propos, il convient de relever que dans sa présentation, l'état C9 a connu une évolution. En effet la 3^{ème} édition (2004) du code CIMA ne mentionnait pas de ligne « Arriérées : report à nouveau », cette ligne étant apparue pour la 1^{ère} fois dans la 4^{ème} édition suites aux insuffisances relevées par certains experts.

Afin de mieux comprendre ces différentes lignes et les informations qu'elles doivent contenir eu égard aux problèmes que pose cet état pour les compagnies d'assurance selon M. Adama NDIAYE, ex commissaire contrôleur de la Commission Régionale de Contrôle des Assurances (CRCA), il convient à cette étape de considérer un exemple :

Exercice inventorié : 2006

Branche : véhicules terrestres à moteur : responsabilité civile

Exercice de souscription : 2002 (colonne 2002).

Ainsi, à l'intersection (dans l'état C9) de cet exercice de souscription et de l'exercice d'inventaire 2002, on note les renseignements suivants :

- la ligne « (1) Emissions » reçoit les émissions effectuées en 2002 au titre des contrats souscrits en 2002.
- la ligne « (2) Annulations » enregistre les annulations faites en 2002 et se rapportant aux souscriptions de 2002.
- la ligne « (3) Encaissements » indique les encaissements intervenus en 2002 sur les souscriptions de la même année.
- la ligne « Arriérées (1)-(2)-(3) » comme l'indique la formule, correspond aux primes relatives aux souscriptions de 2002, non encore encaissées à la clôture de cet exercice

Une année plus tard, l'intersection de l'exercice d'inventaire 2003 avec l'exercice de souscription 2002 doit être renseignée selon le détail suivant :

- la ligne « (1) Arriérées : report à nouveau » correspond exactement à la ligne «Arriérées (1)-(2)-(3) » située une ligne juste au dessus (exercice d'inventaire 2002).
- la ligne « (2) Emissions » récapitule les émissions effectuées en 2003 au titre des contrats souscrits en 2002, soit avec un an de retard.
- la ligne « (3) Annulations » doit recevoir les annulations faites en 2003 sur les contrats souscrits en 2002.
- la ligne « (4) Encaissements » doit regrouper l'ensemble des encaissements reçus au cours de l'exercice 2003 et pour le compte des contrats souscrits en 2002, émis en 2002 ou en 2003.

Et ainsi de suite pour les autres exercices d'inventaire postérieurs.

Notons que les données que contiennent ces différentes lignes sont de deux types : d'une part, on a les données "*de...*" et d'autre part les données "*à fin de...*". Les données "*de...*" sont des données qui concernent un exercice sans influence à priori d'un autre exercice antérieur tandis que les données "*à fin de...*", elles, prennent en compte les données d'exercices antérieurs. A cet égard, on peut observer que la ligne «Arriérées (1)-(2)-(3) » fait figure d'exception. En effet c'est la seule à recevoir des données "*à fin de...*", les autres lignes enregistrant des données "*de...*". A titre d'illustration, on parlera d'arriérées de primes à fin 2004 alors qu'on dira émissions, annulations ou encaissement de 2004, sur des souscriptions de 2002.

Si la présentation ci-dessus se rapporte à l'exercice de souscription 2002, il convient d'en faire de même pour les autres exercices de souscription de l'état C9.

Cependant, que ce soit pour l'exercice de souscription 2002 ou pour les autres, ces différentes analyses s'inscrivent dans une approche verticale qui présente

l'avantage de permettre le suivi du traitement, au fil de plusieurs exercices d'inventaire, de contrats souscrits en un exercice donné.

Une autre approche existe, horizontale celle-là, qui consiste à parcourir une ligne donnée suivant les exercices de souscription. Ce qui permet d'observer la répartition qui est faite de tout ou partie de certaines données qui apparaissent de manière globale dans d'autres états, comptables notamment.

Ainsi, en considérant par exemple l'exercice d'inventaire 2006,

- la ligne « (2) Emissions » correspond à une ventilation par exercice de souscription d'une partie des émissions faites en 2006.
- la ligne « (3) Annulations » est une ventilation par exercice de souscription d'une partie des annulations qui sont intervenues en 2006.
- la ligne « (4) Encaissements » correspond à une ventilation par exercice de souscription d'une partie des encaissements effectués pendant l'exercice 2006.

Nous avons préféré l'utilisation de l'expression « *d'une partie de* », en raison du fait que l'état C9 contient un nombre assez limité d'exercices (d'inventaire et de souscription). Dans notre exemple (exercice inventorié = 2006), l'exercice le moins récent est 2002. En conséquence, les exercices qui lui sont antérieurs ne peuvent pas apparaître dans l'état C9 correspondant. Or, un contrat souscrit en 2001 peut par exemple être émis, encaissé ou encore annulé en 2006. Cette émission, encaissement ou annulation ne peut donc être pris en compte dans cet état.

Remarques :

- 1) Sur la diagonale de l'état C9, les lignes « Arriérées : report à nouveau » enregistrent toujours un montant nul. Ce qui est tout à fait logique. En effet, pour des contrats souscrits en un exercice donné, on ne peut en avoir des arriérées de primes à l'ouverture de cet exercice.
- 2) La partie triangulaire supérieure (située au dessus de cette diagonale) ne doit porter aucun montant ; on ne saurait comprendre par exemple, qu'un contrat

souscrit en 2004, ait été émis, annulé ou encaissé en 2002, car les opérations d'émission, d'annulation ou d'encaissement des primes sont postérieures à l'opération de souscription des contrats y relatifs.

- 3) Les arriérées de primes figurant dans l'état C9 sont hors taxes, contrairement à celles figurant au bilan.
- 4) La distinction données "*de...*" et données "*à fin de...*" ne concerne pas que l'état C9. Elle concerne également des états comme le C10 et le C10b.
- 5) Du fait du caractère obligatoire de son établissement par les compagnies d'assurance, chacun des postes de l'état C9 doit être justifié et les justifications doivent être disponibles. En particulier, le suivi et la gestion des encaissements et des arriérées de l'entreprise doivent être rigoureux. Les listings, ligne à ligne de ces encaissements et arriérées qui recoupent les éléments figurant dans l'état C9 doivent être disponibles.

En raison de situations, singulières dans leur fond et fréquentes dans leur nombre où des compagnies, notamment les plus jeunes se contentent parfois de reconduire des états C9 d'un exercice à l'autre, il nous est paru important, après cette présentation de l'état C9, d'en proposer un exemple de confection. Cet exemple considère le cas d'une jeune compagnie, fictive, à la clôture de son 1^{er} exercice et se propose d'en suivre l'évolution de l'état C9 se rapportant à une branche donnée.

I.2. Confection de l'état C9

Société : X

Date de début des opérations d'assurance : 01/01/01

Exercice inventorié : 2001

Branche : incendie

NB : les différents montants sont en millions de F CFA.

Il ressort des différents listings tirés au 31/12/01 :

Primes émises : 1000

Primes annulées : 100

Primes encaissées : 800

L'état C9 relatif à cette branche, établi au 31/12/01 se présente ainsi qu'il suit :

EXERCICE D'INVENTAIRE	EXERCICE DE SOUSCRIPTION					
					2001	TOTAL
	(1) Emissions (2) Annulations (3) Encaissements Arriérées(1)-(2)-(3)					
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)		0			
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)			0		
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)				0	
2001	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)				0	0
					1000	1000
					100	100
					800	800
					100	100

A la clôture de l'exercice 2002, les bordereaux de primes relatifs à la branche incendie, ont permis de relever les informations suivantes, récapitulées dans le tableau ci-dessous:

	2001	2002	Total
Primes émises	50	1250	1300
Primes annulées	40	160	200
Primes encaissées	20	880	900

Il en résulte le tableau C9 suivant, au 31/12/02 :

EXERCICE D'INVENTAIRE	EXERCICE DE SOUSCRIPTION						
					2001	2002	TOTAL
	(1) Emissions (2) Annulations (3) Encaissements Arriérées(1)-(2)-(3)						
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)		0				
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)			0			
2001	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)				0	0	0
					1000	1000	1000
					100	100	100
					800	800	800
					100	100	100
2002	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)				100	0	100
					50	1250	1300
					40	160	200
					20	880	900
					90	210	300

Au 31/12/03, les listings de primes font ressortir les éléments suivants, rassemblés dans le tableau ci-après :

	2001	2002	2003	Total
Primes émises	30	170	1600	1800
Primes annulées	70	120	150	340
Primes encaissées	10	100	1200	1310

Par suite, nous avons au 31/12/03 le tableau l'état C9 suivant :

EXERCICE D'INVENTAIRE	EXERCICE DE SOUSCRIPTION						TOTAL
				2001	2002	2003	
	(1) Emissions (2) Annulations (3) Encaissements Arriérées(1)-(2)-(3)						
	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)		0				
2001	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)			0			0
				1000			1000
				100			100
				800			800
				100			100
2002	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)			100	0		100
				50	1250		1300
				40	160		200
				20	880		900
				90	210		300
2003	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)			90	210	0	300
				30	170	1600	1800
				70	120	150	340
				10	100	1200	1310
				40	160	250	450

A la fin de l'exercice 2004, les bordereaux de primes font ressortir les éléments suivants ainsi repartis :

	2001	2002	2003	2004	Total
Primes émises	0	30	80	1700	1810
Primes annulées	30	100	120	200	450
Primes encaissées	0	50	100	1300	1450

Il en découle, au 31/12/04 ce tableau C9 :

EXERCICE D'INVENTAIRE	EXERCICE DE SOUSCRIPTION						TOTAL
			2001	2002	2003	2004	
	(1) Emissions (2) Annulations (3) Encaissements Arriérées(1)-(2)-(3)						
2001	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)		0 1000 100 800 100				0 1000 100 800 100
2002	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)		100 50 40 20 90	0 1250 160 880 210			100 1300 200 900 300
2003	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)		90 30 70 10 40	210 170 120 100 160	0 1600 150 1200 250		300 1800 340 1310 450
2004	(1) Arriérées: report à nouveau (2)Emissions (3) Annulations (4) Encaissements Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)		40 0 30 0 10	160 30 100 50 40	250 80 120 100 110	0 1700 200 1300 200	450 1810 450 1450 360

A partir des listings de primes tirés à la clôture du 5^{ème} exercice de présentation des opérations d'assurance, on obtient les informations qui sont regroupées dans le tableau suivant :

	2001	2002	2003	2004	2005	Total
Primes émises	0	0	40	70	2000	2110
Primes annulées	5	20	30	40	300	395
Primes encaissées	0	10	20	100	1400	1530

On obtient alors, au 31/12/05, l'état C9 suivant :

EXERCICE D'INVENTAIRE	EXERCICE DE SOUSCRIPTION						TOTAL
		2001	2002	2003	2004	2005	
2001	(1) Emissions	1000					1000
	(2) Annulations	100					100
	(3) Encaissements	800					800
	Arriérées(1)-(2)-(3)	100					100
2002	(1) Arriérées: report à nouveau	100	0				100
	(2) Emissions	50	1250				1300
	(3) Annulations	40	160				200
	(4) Encaissements	20	880				900
	Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)	90	210				300
2003	(1) Arriérées: report à nouveau	90	210	0			300
	(2) Emissions	30	170	1600			1800
	(3) Annulations	70	120	150			340
	(4) Encaissements	10	100	1200			1310
	Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)	40	160	250			450
2004	(1) Arriérées: report à nouveau	40	160	250	0		450
	(2) Emissions	0	30	80	1700		1810
	(3) Annulations	30	100	120	200		450
	(4) Encaissements	0	50	100	1300		1450
	Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)	10	40	110	200		360
2005	(1) Arriérées: report à nouveau	10	40	110	200		360
	(2) Emissions	0	0	40	70	2000	1810
	(3) Annulations	5	20	30	40	300	395
	(4) Encaissements	0	10	20	100	1400	1530
	Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)	5	10	100	130	300	545

S'il est vrai que l'analyse de l'état C9, à travers sa présentation et sa confection, nous guidera dans le cadre des calculs relatifs aux PAP, c'est celle de l'état C10 qui nous permettra d'appréhender les données qui vont nous servir lorsque nous aborderons l'estimation des PSAP. Pour ce faire, le chapitre suivant à l'image du présent, propose une présentation puis une confection de l'état C10 qui se distingue à première vue du premier, par le fait qu'il se décline en deux tableaux.

CHAPITRE 2 : L'ETAT C10

II.1. Présentation de l'état C10

Tout comme celui de l'état C9, le modèle de l'état C10 est prévu à la fin du livre IV du code des assurances. Toutefois, il y est désigné sous l'appellation A10., ce qui est certainement une erreur, puisqu'en son article 422 (états comptables), le même code mentionne plutôt un état C10 dont il convient de rappeler qu'il se décline en deux tableaux :

Tableau A : Situation des charges de sinistres en assurance de responsabilité civile résultant de l'emploi des véhicules terrestres à moteur.

Tableau B : Situation des charges de sinistres en assurance de dommages et des autres risques résultant de l'emploi des véhicules terrestres à moteur.
Ventilation par exercice de survenance.

Comme on peut le constater, cet état se rapporte exclusivement à l'assurance automobile. Cependant, chacun de ses deux tableaux doit être tenu pour chacune des sous-catégories définies à l'article 411-1 du code CIMA :

- Véhicules de tourisme ;
- Véhicules de transport privé ;
- Véhicules de transport public de marchandises ;
- Véhicules de transport public de voyageurs ;
- Véhicules à deux roues ;
- Autres véhicules (véhicules spéciaux, engins de chantier, etc.).

De plus, pour ses besoins internes, une entreprise d'assurance peut tenir l'état C10 pour d'autres catégories d'assurances, notamment celles à long déroulement comme la responsabilité civile générale.

II.1.1. Le tableau A

A l'instar de l'état C9, le tableau A de l'état C10 se présente sous la forme d'un tableau à double entrées selon le modèle suivant :

EXERCICE D'INVENTAIRE	Opérations	Exercice de Survenance				
	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises % Sinistres/Primes					

Ainsi que l'on peut le remarquer, ce tableau est composé de grandes lignes (les exercices d'inventaire) et de colonnes (les exercices de survenance). Chaque grande ligne est composée des lignes (Règlements, Provisions, Total sinistre, Primes acquises, % Sinistres/Primes) à propos desquelles il convient d'apporter quelques précisions. Pour ce faire, considérons cet exemple :

Exercice inventorié : 2006

Sous-catégorie : véhicule de tourisme

Exercice de survenance : 2002

Dans le tableau A de l'état C10 correspondant à ces données, l'intersection de cet exercice de survenance avec l'exercice d'inventaire 2002 doit indiquer :

- la ligne « Règlements » enregistre le montant des paiements effectués en 2002, au titre des sinistres survenus en 2002
- la ligne « Provisions » reçoit l'évaluation faite au 31 décembre 2002 des provisions pour sinistres à payer (PSAP), relative aux sinistres survenus en 2002.
- la ligne « Total sinistre » correspond à la somme des deux lignes précédentes, c'est-à-dire à l'estimation au 31 décembre 2002, de la charge totale des sinistres survenus en 2002
- la ligne « Primes acquises » reprend le montant évalué au 31 décembre, des primes acquises à l'exercice 2002. Il s'agit ici des primes acquises statistiques que l'on peut retrouver au niveau de l'état C10b, notamment dans ses tableaux A, et F et qu'il ne faut pas confondre avec les primes acquises comptables présentes dans le CEG, le C1 ou le C10a.
- la ligne «% Sinistres/Primes acquises » indique le rapport entre les deux lignes ci-dessus et correspond au taux de sinistres à primes (S /P) de l'exercice 2002, estimé à la fin de cet exercice. Naturellement, il est statistique.

Une année plus tard, l'inventaire des sinistres de 2002 doit être inscrit à l'intersection de l'exercice d'inventaire 2003 avec l'exercice de survenance 2002.
Ainsi :

- la ligne « Règlements » regroupe le total des paiements effectués en 2002 ou en 2003 au titre des sinistres survenus en 2002. Pour connaître le montant des règlements effectués en 2003, il suffit de faire la différence entre les deux lignes « Règlements » ci-dessus.

- la ligne « Provisions » doit enregistrer l'estimation au 31 décembre 2003 des PSAP afférent aux sinistres survenus en 2002.
- la ligne « Total sinistre », somme des deux premières correspond à l'évaluation au 31 décembre 2003 de la charge des sinistres survenus en 2002.
- la ligne « Primes acquises » doit correspondre à une réévaluation faite à la clôture de l'exercice 2003, des primes acquises à l'exercice 2002.
- la ligne «% Sinistres/Primes acquises » doit recevoir l'estimation statistique du taux de sinistres à primes de l'exercice 2002, faite au 31 décembre 2003.

Toutefois, la liquidation des sinistres survenus en 2002 ne devant pas être limitée aux deux premiers exercices d'inventaire, puisque nous sommes en assurance RC automobile et que dans cette branche, les délais de règlement des sinistres peuvent atteindre 5 ans voire 10 ans et plus, les intersections des exercices d'inventaire 2004, 2005 et 2006 avec l'exercice de survenance 2002, doivent enregistrer des montants dont les significations suivent les descriptions ci-dessus faites. De plus, afin d'assurer une présentation plus complète du tableau A, l'analyse relative à l'exercice de survenance 2002 doit être poursuivie pour les autres exercices de survenance (2003, 2004, 2005 et 2006).

Suivant la démarche adoptée dans le cadre de la présentation de l'état C9, il convient à cette étape de considérer le tableau A de l'état C10 dans une approche horizontale. Ainsi, en reprenant les termes de l'exemple précédent et en considérant l'exercice d'inventaire 2005 par exemple, on peut noter que :

- la ligne « Règlements » est une ventilation par exercice de survenance des règlements effectués en 2005 (sous réserve d'une liquidation en 5 ans maximum).
- la ligne « Provisions » correspond à une ventilation par exercice de survenance des provisions constituées au 31 décembre 2005 (sous la même réserve).
- la ligne « Total sinistre » ne correspond pas à une ventilation en tant que telle. Elle expose néanmoins l'évaluation au 31 décembre 2005 des charges de sinistres des

exercices de survenance 2002 à 2005. S'il est possible d'envisager une comparaison entre ces différentes charges de sinistres, il faut toutefois noter qu'elle ne serait pas très significative, puisque ces charges de sinistres ne sont pas évaluées selon le même délai après les exercices de survenance.

- la même observation est valable s'agissant des lignes « Primes acquises » et « %sinistres/primes acquises ».

Remarques :

- 1) Moyennant une certaine adaptation, la remarque 2) relative à l'état C9 demeure valable. En effet, on ne peut tenir en 2002 par exemple, des statistiques se rapportant aux sinistres survenant en 2003 soit une année plus tard.
- 2) Suivant les définitions données antérieurement, les différentes lignes du tableau A de l'état C10 sont des lignes "à fin de..." (ou reçoivent des données "à fin de..."). Cependant la ligne « Règlements » la plus en haut est une ligne "de..." .
- 3) On note que ce tableau ne prévoit pas de lignes relatives aux recours. Cela procède simplement de l'absence de recours en matière d'assurance de responsabilité civile (en rappel, le tableau A concerne l'assurance RC automobile)
- 4) Les provisions de ce tableau ne prennent pas en compte les chargements de gestion.

Si comme ci-dessus dit, le tableau A ne prévoit pas de lignes réservées aux recours, il en est autrement de son complément, le tableau B qui les mentionne amplement.

II.1.2. Le tableau B

Prévu pour les assurances de dommages et les autres risques (autres que la RC), résultant de l'emploi des VTM, en raison des insuffisances que présenteraient le tableau A pour cette catégorie de risques, le tableau B se présente ainsi qu'il suit :

EXERCICE D'INVENTAIRE	Opérations	Exercice de Survenance				
	Règlements Provisions Total brut sinistres (a) Recours encaissés recours à encaisser Total recours (b) Total net sinistres(a-b) Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total brut sinistres (a) Recours encaissés recours à encaisser Total recours (b) Total net sinistres(a-b) Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total brut sinistres (a) Recours encaissés recours à encaisser Total recours (b) Total net sinistres(a-b) Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total brut sinistres (a) Recours encaissés recours à encaisser Total recours (b) Total net sinistres(a-b) Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total brut sinistres (a) Recours encaissés recours à encaisser Total recours (b) Total net sinistres(a-b) Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					

Ce modèle qui s'apparente à celui du tableau A s'en distingue toutefois par ses lignes de recours. En effet, dans les assurances de biens d'une manière générale, l'assureur après avoir indemnisé l'assuré est subrogé dans les droits et actions de ce dernier contre le tiers responsable (article 42 du code CIMA). Dès lors, il lui est reconnu le droit d'exercer un recours contre ce tiers.

Il convient alors d'examiner ces lignes de recours à partir des bases de l'exemple précédent, que nous rappelons :

Exercice inventorié : 2006

Sous-catégorie : véhicules de tourisme

Exercice de survenance : 2002

A l'intersection de cet exercice de survenance avec l'exercice d'inventaire 2002, on doit pouvoir retrouver :

-sur la ligne « Recours encaissés », le montant des recours encaissés en 2002 sur les paiements effectués en 2002, au titre des sinistres survenus la même année.

-sur la ligne « Recours à encaisser », les prévisions faites au 31 décembre 2002, des recours à encaisser sur les paiements effectués en 2002 et se rapportant aux sinistres survenus la même année.

-sur la ligne « Total recours (b) », la somme des deux premières lignes, c'est-à-dire, l'estimation au 31 décembre 2002 de la récupération sur les paiements faits en 2002 et afférents aux sinistres survenus la même année.

Ensuite, l'intersection de cet exercice de survenance avec l'exercice d'inventaire 2003 doit recevoir :

-sur la ligne « Recours encaissés », le montant cumulé des recours encaissés en 2002 ou en 2003, sur les paiements effectués en 2002 ou en 2003 et qui se rattachent aux sinistres survenus en 2002.

-sur la ligne « Recours à encaisser », les prévisions de recours à encaisser, faites au 31 décembre 2003 sur les paiements effectués en 2002 ou en 2003 au titre des sinistres survenus en 2002.

-sur la ligne « Total recours (b) », l'évaluation au 31 décembre 2003, de la récupération sur les paiements effectués en 2002 ou en 2003 pour le compte des sinistres survenus en 2002.

Aussi convient-il de poursuivre l'analyse pour les autres exercices d'inventaire ainsi que pour les autres exercices de survenance. On peut également envisager une analyse dans le cadre de l'approche horizontale.

Remarques :

- 1) Les remarques concernant le tableau A, sauf le 4), restent valables.
- 2) Les différentes lignes de recours sont des lignes "*à fin de...*".
- 3) Il découle des observations ci-dessus, que les tableaux A et B ont la même précision.

II.2. Confection de l'état C10

Dans ce paragraphe, nous nous limiterons à la confection du tableau A de cet état, à travers un exemple, étant donné qu'il est possible de s'en inspirer pour celle du tableau B, compte tenu des similitudes qu'il y a entre les deux :

Société : X

Date de début des opérations d'assurance : 01/01/01

Exercice inventorié : 2001

Branche (ou sous-catégorie) : Véhicules de tourisme

NB : les différents montants sont en millions de F CFA.

Il ressort des bordereaux de sinistres et du tableau F de l'état C10b, relatifs à cette sous-catégorie et établis au 31décembre 2001 :

Sinistres payés : 700

Sinistres à payer : 1300

Primes acquises : 2500

Par suite, on a au 31 décembre 2001, le tableau A suivant :

EXERCICE D'INVENTAIRE	Opérations	Exercice de Survenance				
						2001
	Règlements					
	Provisions					
	Total sinistre					
	Primes acquises					
	%Sinistres/Primes acquises					
	Règlements					
	Provisions					
	Total sinistre					
	Primes acquises					
	%Sinistres/Primes acquises					
	Règlements					
	Provisions					
	Total sinistre					
	Primes acquises					
	%Sinistres/Primes acquises					
	Règlements					
	Provisions					
	Total sinistre					
	Primes acquises					
	% Sinistres/Primes acquises					
2001	Règlements					700
	Provisions					1300
	Total sinistre					2000
	Primes acquises					2500
	% Sinistres/Primes acquises					80,00%

A la fin 2002, les listings de sinistres et le tableau F de l'état C10b correspondant à la sous-catégorie véhicules de tourisme, ont permis de relever :

	2001	2002	Total
Sinistres payés	400	800	1200
Sinistres à payer	1000	1500	2500
Primes acquises	2400	3000	

Il en résulte, au 31 décembre 2002, le tableau A suivant de l'état C10.

EXERCICE D'INVENTAIRE	Opérations	Exercice de Survenance				
					2001	2002
	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises %Sinistres/Primes acquises					
2001	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises %Sinistres/Primes acquises				700 1300 2000 2500 80,00%	
2002	Règlements Provisions Total sinistre Primes acquises % Sinistres/Primes acquises				1100 1000 2100 2400 87,50%	800 1500 2300 3000 76,67%

A la clôture de l'exercice 2003, sur les bordereaux de sinistre tirés à cette date et sur le tableau F de l'état C10b, on a relevé :

	2001	2002	2003	Total
Sinistres payés	600	500	800	1900
Sinistres à payer	200	700	1200	2100
Primes acquises	2450	3000	3100	

Il s'ensuit un tableau A au 31 décembre qui se présente ainsi :

EXERCICE D'INVENTAIRE	Opérations	Exercice de Survenance			
			2001	2002	2003
	Règlements				
	Provisions				
	Total sinistre				
	Primes acquises				
	%Sinistres/Primes acquises				
	Règlements				
	Provisions				
	Total sinistre				
	Primes acquises				
	%Sinistres/Primes acquises				
2001	Règlements		700		
	Provisions		1300		
	Total sinistre		2000		
	Primes acquises		2500		
	%Sinistres/Primes acquises		80,00%		
2002	Règlements		1100	800	
	Provisions		1000	1500	
	Total sinistre		2100	2300	
	Primes acquises		2400	3000	
	%Sinistres/Primes acquises		87,50%	76,67%	
2003	Règlements		1700	1300	800
	Provisions		200	700	1200
	Total sinistre		1900	2000	2000
	Primes acquises		2450	3000	3100
	% Sinistres/Primes acquises		77,55%	66,67%	64,52%

Il convient de poursuivre la confection pour les exercices d'inventaire postérieurs.

Cette première partie consacrée à l'analyse des états C9 et C10 nous aura permis de saisir le sens des données qui les composent. Dès lors, il est possible d'envisager leur exploitation.

DEUXIEME PARTIE : EXPLOITATION DES ETATS C9 ET C10

Dans cette deuxième partie, nous nous appuyons sur les états C9 et C10 analysés dans la première partie, pour appliquer et/ou explorer de manière concrète des méthodes de calcul de provisions. Si les méthodes relatives aux PSAP occuperont une place de choix, il n'en sera pas moins question de celles se rapportant aux PAP auxquelles d'ailleurs le premier chapitre de cette partie est entièrement consacré.

CHAPITRE 1 : LES APPLICATIONS DE L'ETAT C9

Le caractère statistique de l'état C9 lui confère certaines applications parmi lesquelles la plus importante est la possibilité qu'elle offre de calculer la provision pour annulation de primes, provision qui présente un intérêt de premier ordre quand on considère l'écart qu'il y a entre les émissions et les encaissements effectifs relatifs aux différentes branches généralement pratiquées par les sociétés de la zone CIMA. En effet, cette provision est destinée à faire face aux annulations probables à intervenir, après l'inventaire, sur les primes émises et non encaissées et correspond au compte 3209 du plan comptable des assurances.

Pour l'estimation de son montant, plusieurs méthodes existent. Nous avons par exemple la méthode de la balance âgée, la méthode du Chain Ladder, la méthode forfaitaire. Mais nous allons nous intéressés à la méthode des cadences d'annulation qui a d'ailleurs fait l'objet d'une circulaire, la circulaire N° 00229/CIMA/CRCA/PDT/2005. Cette circulaire a été publiée en raison de la disparité constatée des méthodes utilisées par les différentes sociétés d'assurance mais aussi, dans un souci d'harmonisation et de transparence. Bien qu'elle ne mentionne pas expressément les émissions tardives, leur prise en compte correspond à une approche plus rigoureuse.

I.1. Description de la méthode des cadences d'annulation¹

Cette méthode repose sur la construction de cadences des annulations à partir des données de l'état C9. Elle peut être résumée en 4 étapes :

1^{ère} étape : Estimation des émissions tardives. Elle a pour but de faire la synthèse de l'ensemble des émissions se rapportant à un exercice de souscription donné et s'appuie sur les cadences d'émissions tardives.

¹ Se reporter à la circulaire pour plus de précision

2^{ème} étape : Calcul des cadences d'annulation. Il s'agit de cadences moyennes et dans leur calcul, le dénominateur à considérer pour chaque exercice de souscription est le total estimé des émissions tel qu'il ressort de la 1^{ère} étape.

3^{ème} étape : la prévision d'annulation. C'est le montant obtenu en sommant les estimations d'annulation obtenues à partir des cadences d'annulation de chaque exercice de souscription.

4^{ème} étape : Calcul de la PAP. Il s'agit d'affiner la prévision d'annulation en prenant en compte certains éléments techniques tels que la réassurance, les risques en cours et les commissions d'apport. De manière concrète, on a :

Provision pour annulation de prime = +prévision d'annulation

- PREC société
- commission d'apport
- cession en réassurance
- + PREC réassureurs
- + commissions de réassurance

I.2. Application

Nous nous appuierons sur l'état C9 de la SONAR relatif à la branche incendie et établi pour l'exercice 2006 :

EXERCICES D'INVENTAIRE	EXERCICES DE SOUSCRIPTION						
		2002	2003	2004	2005	2006	TOTAL
2002	(1) Emisions	683 643 218					683 643 218
	(2) Annulations	49 981 020					49 981 020
	(3) Encaissements	559 468 777					559 468 777
	Arriérées(1)-(2)-(3)	74 193 421					74 193 421
2003	(1) Arriérées: report à nouve	74 193 421	0				74 193 421
	(2) Emisions	88 367 454	697 216 372				785 583 826
	(3) Annulations	75 073	29 650 463				29 725 536
	(4) Encaissements	131 086 652	473 088 175				604 174 827
	Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)	31 399 150	194 477 734				225 876 884
2004	(1) Arriérées: report à nouve	31 399 150	194 477 734	0			225 876 884
	(2) Emisions	68 000	99 346 452	696 806 182			796 220 634
	(3) Annulations	11 138	587 480	27 248 249			27 846 867
	(4) Encaissements	176 138 744	152 044 554	450 425 137			778 608 435
	Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)	- 144 682 732	141 192 152	219 132 796			215 642 216
2005	(1) Arriérées: report à nouve	144 682 732	141 192 152	219 132 796	0		215 642 216
	(2) Emisions	157 953	365 342	43 338 621	773 509 484		817 371 400
	(3) Annulations	61 882	420 246	9 061	16 196 493		16 687 682
	(4) Encaissements	- 71 040 840	81 986 864	204 210 951	494 301 191		709 458 166
	Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)	- 73 545 821	59 150 384	58 251 405	263 011 800		306 867 768
2006	(1) Arriérées: report à nouve	73 545 821	59 150 384	58 251 405	263 011 800	0	306 867 768
	(2) Emisions	0	0	0	102 808 829	813 717 392	916 526 221
	(3) Annulations	4 440 306	942 075	757 432	1 074 315	72 383 965	79 598 093
	(4) Encaissements	9 863 362	13 019 050	14 688 711	304 160 418	383 545 777	725 277 318
	Arriérées(1)+(2)-(3)-(4)	- 87 849 489	45 189 259	42 805 262	60 585 896	357 787 650	418 518 578

1^{ère} étape

A partir de l'état C9, on construit le tableau des émissions qui va nous permettre de calculer les cadences d'émissions tardives :

Exercices de souscription	Exercices d'inventaire				
	2002	2003	2004	2005	2006
2002	683 643 218	88 367 454	68 000	157 953	0
2003		697 216 372	99 346 452	365 342	0
2004			696 806 182	43 338 621	0
2005				773 509 484	102 808 829
2006					813 717 392

Ainsi, on a :

Cadence d'émissions tardives de 1^{ère} année =

$$(88367454/683643218 + 99346452 /697216372 + 43338621/696806182 + 102808829/773509484) : 4 = \mathbf{11,67\%};$$

$$\text{Cadence d'émissions tardives de 2^{ème} année} = (68000/683643218 + 365342/697216372 + 0/696806182) : 3 = \mathbf{0,02\%}$$

On obtient en procédant à peu près de la même manière :

Cadence d'émissions tardives de 3^{ème} année = **0,01%**

Cadence d'émissions tardives de 4^{ème} année = **0%**

En appliquant, pour les exercices concernés (2004, 2005, 2006), ces cadences aux émissions intervenues pendant l'exercice de compétence, on obtient les émissions tardives qui apparaissent dans le tableau synthèse suivant :

	Exercices de souscription				
	2002	2003	2004	2005	2006
Emissions de l'exercice	683 643 218	697 216 372	696 806 182	773 509 484	813 717 392
Emiss tard de 1 ^{ère} année	88 367 454	99 346 452	43 338 621	102 808 829	94 972 620
Emiss tard de 2 ^{ère} année	68 000	365 342	0	160 753	169 109
Emiss tard de 3 ^{ère} année	157 953	0	80 497	89 358	94 003
Total des émissions par exercice de souscription	772 236 625	796 928 166	740 225 300	876 568 424	908 953 124

2^{ème} étape

Le calcul des cadences d'annulation nécessite un tableau récapitulatif des émissions et des annulations, les annulations étant obtenues par lecture directe de l'état C9 :

Exercices d'inventaire	Exercices de souscription				
	2002	2003	2004	2005	2006
Primes annulées par exercice d'inventaire					
2002	49 981 020				
2003	75 073	29 650 463			
2004	11 138	587 480	27 248 249		
2005	61 882	420 246	9 061	16 196 493	
2006	4 440 306	942 075	757 432	1 074 315	72 383 965
<hr/>					
synthèse des émissions	772 236 625	796 928 166	740 225 300	876 568 424	908 953 124

Cadence d'annulation de 1^{ère} année.

Elle est égale pour chaque exercice de souscription à :

Exercice N = annulations au titre de N effectuées en N+1/émissions totales de l'exercice de souscription N

Exercice N+1 = annulations au titre de N+1 effectuées en N+2 / émissions totales de l'exercice de souscription N+1

etc.

Ensuite, on fait la moyenne arithmétique des cadences d'annulation de 1^{ère} année.

Dans notre exemple la cadence d'annulation de 1^{ère} année est de :

$(75073 / 772236625 + 587480 / 796928166 + 9061 / 740225300 + 1074315 / 876568424) : 4 = 0,05\%$

En procédant de la même manière, on obtient :

Cadence d'annulation de 2^{ème} année = $(11138/772236625 + 420246/796928166 + 757432/740225300) : 3 = 0,05\%$

Cadence d'annulation de 3^{ème} année = $(61882/772236625 + 942075/796928166) : 2 = 0,06\%$

Cadence d'annulation de 4^{ème} année = $4440336/772236625 = 0,57\%$

3^{ème} étape

On fait l'hypothèse que les annulations sont effectuées sur les quatre années qui suivent l'exercice de souscription. En conséquence, ne seront concernés par le calcul de la prévision d'annulation que les exercices 2003, 2004, 2005 et 2006. Ainsi, on a :

- Prévision d'annulation au titre de 2003 (annulations à effectuer en 4^{ème} année, soit en 2007) = $796928166 * 0,57\% = 4582281$

- Prévision d'annulation au titre de 2004 (annulations de 3^{ème} et 4^{ème} année, soit en 2007 et 2008) = $740225300 * (0,06\% + 0,57\%) = 4723424$

- Prévision d'annulation au titre de 2005 (annulations de 2^{ème}, 3^{ème} et 4^{ème} année, soit en 2007, 2008 et 2009) = $876568424 * (0,05\% + 0,06\% + 0,57\%) = 6050715$

- Prévision d'annulation au titre de 2006 (annulations de 1ère, 2^{ème}, 3^{ème} et 4^{ème} année, soit en 2007, 2008, 2009 et 2010) = $908953124 * (0,05\% + 0,05\% + 0,06\% + 0,57\%) = 6745147$

La prévision totale d'annulation s'élève donc à 22 101 566 F CFA.

4^{ème} étape

Les éléments techniques à prendre en compte sont les suivants (données SONAR) :

- Taux de cession en réassurance : 40%
- Taux de commission de réassurance : 15%
- Taux des frais d'acquisition des contrats : 20%

- PREC calculées selon la méthode des 36%

Par suite, on a :

+prévision d'annulation =	+ 22 101 566
- PREC société=	$-36\% * 6745147 = -2428253$
- commission d'apport =	$-20\% * 22101566 = -4420313$
- cession en réassurance =	$-40\% * 22101566 = -8840626$
+ PREC réassureurs =	$+40\% * 2428253 = +971301$
+ commissions de réassurance =	$+15\% * 8840626 = +1326094$

Et provision pour annulation de primes = 8709769 F CFA

Ainsi, le montant de la PAP à constituer au 31décembre 2006 au titre de la branche incendie s'élève à **8709769 F CFA**. Il convient d'effectuer ensuite le même calcul pour les autres branches afin de déterminer la PAP leur correspondant.

Remarque : Dans la formule de calcul de la PAP, la PREC société se calcule sur la base d'une assiette égale à la prévision d'annulation relative à l'exercice inventorié.

Outre le calcul des PAP, l'état C9 permet d'autres applications. On peut par exemple, estimer le rythme d'encaissement des primes ou évaluer le montant des arriérées de primes, concernant chaque branche d'assurance.

CHAPITRE 2 : LES APPLICATIONS DE L'ETAT C10

Ainsi que nous l'avons antérieurement indiqué, il est possible d'exploiter les tableaux de l'état C10 dans le cadre de calculs relatifs à la détermination des PSAP. A cet effet, plusieurs méthodes existent, que l'on peut classer en deux grandes catégories : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Toutefois, ces différentes méthodes n'ont pas vocation à se substituer aux méthodes prévues par la réglementation en vigueur dans l'espace CIMA. En effet cette réglementation fait obligation aux entreprises d'assurance d'utiliser la méthode dossier par dossier pour l'évaluation des provisions relatives aux sinistres connus (article 334-12 du code des assurances) et la méthode des cadences de déclaration des tardifs pour le calcul des provisions se rapportant aux sinistres survenus mais non encore déclarés, également appelés sinistres tardifs (circulaire N°00230/CIMA/CRCA/PDT/2005)¹.

Néanmoins, une dérogation existe : selon le 3^{ème} alinéa de l'article 334-12 du code CIMA «... l'entreprise peut, avec l'accord de la CRCA, utiliser des méthodes statistiques pour l'évaluation des sinistres survenus au cours des deux derniers exercices ». En outre, ces méthodes statistiques peuvent être utilisées dans l'optique d'une comparaison avec les méthodes réglementaires, et ce, afin de retenir le montant le plus élevé de provisions de sinistres. C'est dans cette logique que les méthodes déterministes et stochastiques s'inscrivent.

II.1. Les méthodes déterministes

Désignés également sous l'appellation de méthodes classiques, elles regroupent les méthodes telles que : les cadences de règlement, le Chain Ladder ou encore le coût moyen. Pour la suite, nous n'envisagerons que la méthode des cadences de règlement et celle du Chain Ladder.

¹ Se reporter à la circulaire pour plus de précisions

II.1.1. La méthode des cadences de règlement

II.1.1.1. Description

Elle consiste à déterminer le pourcentage des sommes payées après un an, deux ans,..., n années au titre des sinistres d'un exercice donné. On parle de cadence de 1^{ère} année, de 2^{ème} année,..., de n^{ième} année. Lorsqu'on dispose de statistiques portant sur plusieurs exercices de survenance, on en dégage des cadences moyennes. Ces coefficients appliqués aux paiements de chaque exercice de survenance permettent de déduire une estimation du montant des sinistres correspondant. On prendra par exemple la moyenne des taux de règlement en fin de 1^{ère} année des sinistres des exercices n-5 à n-1, puis on déduira, connaissant le montant des sinistres payés de l'exercice n en fin d'année, le montant total des sinistres de cet exercice. Ce qui permet de déterminer le montant des PSAP par soustraction des paiements des sinistres de l'exercice.

Cette méthode des cadences de règlement peut être déroulée selon les étapes suivantes :

1^{ère} étape : rassemblement des statistiques. Ce qui est facultatif lorsqu'on dispose de l'état C10.

2^{ème} étape : Calcul des cadences de règlement pour chaque exercice de survenance. A cet effet, le dénominateur à retenir est la charge totale de sinistres actualisée la plus récente selon les statistiques disponibles. Ces différentes cadences peuvent être regroupées suivant un tableau ayant une présentation semblable à celle des tableaux de l'état C10. Ensuite, on déduit les cadences moyennes de 1^{ère} année, de 2^{ème} année etc.

3^{ème} étape : Calcul des PSAP. Ce calcul est possible par des formules du type :

$$PSAP(n) = \text{sinistres payés de l'exercice } n / \text{cadence moyenne de 1^{ère} année} - \text{sinistres payés de l'exercice } n.$$

Il s'agit de provisions compte non tenu du chargement de gestion. Leur prise en compte se fait en multipliant le montant précédent par 1,05 (art. 334-13 du code CIMA).

II.1.1.2. Application

Pour l'application de la méthode de cadences de règlement, considérons le tableau A de l'état C10 de la SONAR IARD, pour l'exercice 2006 (toutes sous-catégories confondues).

EXERCICE D'INVENTAIRE	Opérations	Exercice de Survenance				
		2002	2003	2004	2005	2006
2002	Règlements	170 202 792				
	Provisions	687 416 193				
	Total sinistre	857 618 985				
	Primes acquises	1 980 781 180				
	%Sinistres/Primes acquises	43%				
2003	Règlements	331 611 530	145 049 492			
	Provisions	691 172 428	862 277 714			
	Total sinistre	1 022 783 958	1 007 327 206			
	Primes acquises	1 984 485 184	2 086 506 866			
	%Sinistres/Primes acquises	52%	48%			
2004	Règlements	433 486 090	393 203 903	191 637 396		
	Provisions	670 649 450	733 807 907	818 907 474		
	Total sinistre	1 104 135 540	1 127 011 810	1 010 544 870		
	Primes acquises	1 983 862 036	2 087 311 518	2 069 190 591		
	%Sinistres/Primes acquises	56%	54%	49%		
2005	Règlements	498 262 244	515 737 821	367 215 620	119 778 903	
	Provisions	537 692 699	683 929 182	729 758 432	698 594 503	
	Total sinistre	1 035 954 943	1 199 667 003	1 096 974 052	818 373 406	
	Primes acquises	1 983 430 407	2 083 459 457	2 073 554 281	2 052 130 361	
	%Sinistres/Primes acquises	52%	58%	53%	40%	
2006	Règlements	564 127 437	603 319 455	507 430 700	278 781 798	152 874 723
	Provisions	505 248 481	638 769 486	729 639 605	614 371 684	940 241 220
	Total sinistre	1 069 375 918	1 242 088 941	1 237 070 305	893 153 482	1 093 115 943
	Primes acquises	1 870 821 714	2 057 554 386	2 068 977 976	2 047 554 056	1 917 364 236
	% Sinistres/Primes acquises	57%	60%	60%	44%	57%

Il s'agit là de fait, de la 1^{ère} étape de la méthode des cadences de règlement.

2^{ème} étape

A partir du tableau ci-dessus, on obtient le tableau suivant des cadences de règlements. Ici, les dénominateurs utilisés sont les totaux sinistre de la grande ligne 2006 (exercice d'inventaire)

EXERCICE D'INVENTAIRE	Opérations	Exercice de Survenance				
		2002	2003	2004	2005	2006
2002	Cadence	15,92%				
2003	Cadences	31,01%	11,68%			
2004	Cadences	40,54%	31,66%	15,49%		
2005	Cadences	46,59%	41,52%	29,68%	13,41%	
2006	Cadences	52,75%	48,57%	41,02%	31,21%	13,99%

A titre d'exemple de lecture, pour l'exercice de survenance 2003, la cadence de 2^{ème} année (31,66%) est obtenu en rapportant les règlements à fin 2004 au total sinistre à fin 2005.

Les différentes cadences calculées, on en déduit les cadences moyennes. Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} \text{- cadence moyenne 1^{ère} année} &= (15,92\% + 11,68\% + 15,49\% + 13,41\% + 13,99\%) / 5 = \\ &14,10\% \end{aligned}$$

- cadence moyenne 2^{ème} année = $(31,01\% + 31,66\% + 29,68\% + 31,21\%) / 4 = 30,89\%$
- cadence moyenne 3^{ème} année = $(40,54\% + 41,52\% + 41,02\%) / 3 = 41,03\%$
- cadence moyenne 4^{ème} année = $(46,59\% + 48,57\%) = 47,58\%$
- cadence moyenne 5^{ème} année = **52,75%**

3^{ème} étape :

Pour le calcul de la PSAP, le principe est d'utiliser pour chaque exercice de survenance, le montant cumulé de règlements le plus récent, en l'occurrence celui connu à fin 2006. Dès lors, les cadences moyennes à prendre en compte diffèrent d'un exercice de survenance à l'autre. Ainsi, on retiendra la cadence moyenne de 1^{ère} année pour l'exercice de survenance 2006 alors que pour l'exercice de survenance 2002, c'est la cadence moyenne de 5^{ème} année qui sera appliquée.

Le détail du calcul de la PSAP est présenté dans le tableau ci-dessus :

Exercices de survenance	cadence appliquée	Règlements retenus	PSAP hors chargement de gestion	PSAP chargement de gestion compris (5%)
2002	52,75%	564 127 437	505 248 481	530 510 905
2003	47,58%	603 319 455	664 601 789	697 831 879
2004	41,03%	507 430 700	729 431 698	765 903 283
2005	30,89%	278 781 798	623 687 675	654 872 058
2006	14,10%	152 874 723	931 632 479	978 214 103
Total			3 454 602 122	3 627 332 228

De ce tableau, il ressort que le montant de la PSAP calculée selon la méthode des cadences de règlement, à fin 2006 et se rapportant à la branche RC automobile est égale à **3 627 332 228 F CFA**.

Remarques :

- 1) Le tableau B de l'état C10 peut également servir de base à la méthode des cadences de règlement.

2) Dans notre exemple, la moyenne des cadences utilisée est la moyenne arithmétique. Il existe toutefois d'autres types de moyenne (géométrique, pondérée etc.) que l'on peut utiliser suivant les particularités des statistiques disponibles.

3) L'utilisation de cette méthode présente plusieurs avantages :

- elle est simple d'application ;
- elle utilise des données fiables car basées sur des règlements effectifs ;
- elle aboutit souvent à des résultats supérieurs à celui obtenu dossier par dossier.

II.1.2. La méthode du Chain Ladder classique (ou standard)

II.1.2.1. Notations et hypothèses

C'est une méthode statistique basée sur les règlements cumulés ou non et qui s'appuie sur un rectangle dit de liquidation qui se présente selon le modèle suivant :

Exercices de survenance (<i>i</i>)	<i>Années de développement (j)</i>				
	1	2	...	n-1	n
1	X_{11}	X_{11}	...	$X_{1,n-1}$	$X_{1,n}$
2	X_{21}	X_{22}	...	$X_{2,n-1}$	
...		
n-1	$X_{n-1,1}$	$X_{n-1,2}$			
n	$X_{n,1}$				
Coefficient de développement		C_1	...	C_{n-2}	C_{n-1}

Où :

- n = dimension du rectangle de liquidation.
- i = désignation générique des rangs des exercices de survenance, dans le rectangle de liquidation ; $i = 1, 2, \dots, n$. Pour la suite et par souci de simplification, un exercice de survenance peut être représenté par son rang de sorte que l'expression *exercice i* désigne en réalité *l'exercice de rang i*.
- j = désignation générique des années de développement ; $j = 1, 2, \dots, n$. On appelle $j^{\text{ème}}$ année de développement d'un sinistre, la $(j-1)^{\text{ème}}$ année suivant l'année de survenance de ce sinistre.

S_{ij} = règlements relatifs aux sinistres survenus pendant l'exercice i et effectués la $j^{\text{ème}}$ année de développement ; $1 \leq i, j \leq n$.

- X_{ij} = montant cumulé des règlements se rapportant aux sinistres survenus l'exercice i et effectués jusqu'à la $j^{\text{ème}}$ année de développement ; $1 \leq i, j \leq n$. Il en résulte la relation suivante : $S_{ij} = X_{ij} - X_{i,j-1}$

A ces notations, il convient d'ajouter celles qui seront également utilisées dans la suite :

- \sum = opérateur d'addition de plusieurs termes consécutifs d'une suite

Exemple : $\sum_{i=1}^4 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

Ainsi, on a : $X_{ij} = \sum_{k=1}^j S_{ik}$

- \prod = opérateur de multiplication de plusieurs termes consécutifs d'une suite

Exemple : $\prod_{i=1}^5 a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5$

La méthode du Chain Ladder consiste à partir des règlements cumulés connus (triangle supérieur gauche du rectangle de liquidation), pour extrapoler les règlements cumulés du triangle inférieur droit. Il s'agit des X_{ij} tel que $j > n-i+1$. A contrario, les X_{ij} connus sont caractérisés par $j \leq n-i+1$. Elle prend en compte les hypothèses suivantes :

H_1 : au bout de n années après l'exercice de survenance, tous les sinistres ont été déclarés et ne donnent plus lieu à aucun règlement (la dimension n du rectangle de liquidation est une conséquence de cette hypothèse).

H_2 : les exercices de survenance sont indépendants entre eux, c'est-à-dire que les ensembles $\{X_{i1}, \dots, X_{in}\}$ et $\{X_{k1}, \dots, X_{kn}\}$ sont indépendants pour $i \neq k$.

H_3 : invariance dans le temps du mode de règlement des sinistres.

II.1.2.2. Présentation du modèle

La méthode du Chain Ladder utilise le modèle suivant :

$$(1) \quad m[X_{i,j+1} / X_{i1}, \dots, X_{ij}] = C_j X_{ij}^1 \quad 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq n-1$$

Où : m désigne l'opérateur moyenne et

$$C_j \text{ est estimé par } \hat{C}_j \text{ avec } \hat{C}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} X_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} X_{i,j}}$$

C_j peut être interprété comme un coefficient moyen de passage de la $j^{\text{ème}}$ année de développement à la $(j+1)^{\text{ème}}$ année de développement. Il est à noter que C_j est indépendant de l'exercice de survenance i . Nous mettons ainsi en évidence, l'une des hypothèses de ce modèle : « le mode de règlement des sinistres est invariant dans le temps ».

¹ Traduction exacte : $\forall j \leq n-1, \exists C_j > 0 / \forall i \leq n, m[X_{i,j+1} / X_{i1}, \dots, X_{ij}] = C_j X_{ij}$

En utilisant la propriété de la moyenne conditionnelle :

$$(2) \quad m[X_{ij}] = m[m[X_{ij} / X_{i1}, \dots, X_{i,j-1}]] \text{ et le (1) ci-dessus, on a :}$$

$$m[X_{ij}] = m[C_{j-1} X_{i,j-1}]$$

$$\text{ie} \quad m[X_{ij}] = C_{j-1} m[X_{i,j-1}]$$

$$\text{d'où} \quad m[X_{ij}] = C_{j-1} C_{j-2} m[X_{i,j-2}]$$

En procédant par itération, on obtient :

$$m[X_{ij}] = X_{i,n-i+1} \prod_{k=n-i+1}^{j-1} C_k, \text{ pour } j > n-i+1 \text{ et } i > 1, \text{ où } X_{i,n-i+1} \text{ est connu.}$$

Ainsi, une estimation de X_{ij} est donnée par :

$$\hat{X}_{ij} = X_{i,n-i+1} \prod_{k=n-i+1}^{j-1} C_k ; \quad j > n-i+1, \quad i > 1$$

$$\text{Posons alors } \lambda_{pj} = \prod_{k=p}^j C_k \text{ et } \hat{\lambda}_{pj} = \prod_{k=p}^j \hat{C}_k.$$

λ_{pj} peut être interprété comme le coefficient moyen de passage de la $p^{\text{ième}}$ année de développement à la $j^{\text{ième}}$, $\hat{\lambda}_{pj}$ étant son estimation. Par conséquent :

$$\hat{X}_{ij} = X_{i,n-i+1} \hat{\lambda}_{n-i+1,j-1}.$$

Cette estimation permet de compléter le triangle inférieur droit du rectangle de liquidation et d'obtenir ainsi une estimation de la charge finale des sinistres pour chaque exercice de survenance i , et donc une estimation de la charge total des sinistres. Pour déterminer la PSAP, il suffit alors de soustraire à ce montant la somme des règlements déjà effectués.

$$\boxed{PSAP = \sum_{i=1}^n X_{i,n} - \sum_{i=1}^n X_{i,n-i+1}}$$

Remarque

1) Avec $\hat{C}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} X_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} X_{i,j}}$, le modèle ci-dessus utilise la moyenne pondérée pour le calcul des facteurs de développement. En effet \hat{C}_j peut également s'écrire $\hat{C}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} X_{i,j} * C_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n-j} X_{i,j}}$

où $C_{i,j} = \frac{X_{i,j+1}}{X_{i,j}}$. Ainsi, les coefficients de pondération sont les X_{ij} . Cela dit, d'autres variantes existent pour l'estimation des coefficients de passage dont :

Moyenne arithmétique : $\hat{C}_j^{(a)} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}$ pour $j=1, \dots, n-1$

Moyenne géométrique : $\hat{C}_j^{(g)} = \left(\prod_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \right)^{1/(n-j)}$

II.1.2.3. Application

Il s'agit ici d'appliquer la méthode du Chain Ladder, en s'appuyant sur les données de l'état C10, en l'occurrence son tableau A, l'idéal étant d'avoir un état C10 avec un recul suffisant (10 à 12 ans) permettant alors de prendre en compte un horizon assez long. En l'absence d'un tel recul, nous nous limiterons à des statistiques sur une période de 5 ans, selon les informations que nous avons pu obtenir. Toutefois, les résultats auxquelles nous parviendront pourraient en être biaisés.

Afin d'en assurer une meilleure clarté de la présentation, cette application sera développée en trois étapes :

1^{ère} étape : synthèse de l'information

A partir des règlements du tableau A de l'état C10 de la SONAR IARD, établi à fin 2006 (toutes sous-catégories confondus), qui sont, rappelons le, cumulés, on obtient le rectangle de liquidation suivant, étant donnée qu'ici $n=5$:

exercices de survenance(i)	années de développement (j)				
	1	2	3	4	5
2002	170 202 792	331 611 530	433 486 090	498 262 244	564 127 437
2003	145 049 492	393 203 903	515 737 821	603 319 455	
2004	191 637 396	367 215 620	507 430 700		
2005	119 778 903	278 781 798			
2006	152 874 723				

2^{ème} étape : calcul des coefficients (ou facteurs) de développement.

Ce calcul résulte du rectangle de liquidation ci-dessus. Ainsi, on a :

$$C_1 \approx \hat{C}_1 = (\text{somme des montants de la } 2^{\text{ème}} \text{ année de développement}) / (\text{somme des 4 premiers montants de la } 1^{\text{ère}} \text{ année de développement}) = 2,187$$

$$C_2 \approx \hat{C}_2 = (\text{somme des montants de la } 3^{\text{ème}} \text{ année de développement}) / (\text{somme des 3 premiers montants de la } 2^{\text{ème}} \text{ année de développement}) = 1,334$$

$$C_3 \approx \hat{C}_3 = (\text{somme des montants de la } 4^{\text{ème}} \text{ année de développement}) / (\text{somme des 2 premiers montants de la } 3^{\text{ème}} \text{ année de développement}) = 1,161$$

$$C_4 \approx \hat{C}_4 = (\text{montant de la } 5^{\text{ème}} \text{ année de développement}) / (\text{premier montant de la } 4^{\text{ème}} \text{ année de développement}) = 1,132$$

Ces différents facteurs de développement étant calculés, il devient alors possible de remplir le triangle inférieur droit (partie grise) :

exercices de survenance(i)	années de développement (j)				
	1	2	3	4	5
2002	170 202 792	331 611 530	433 486 090	498 262 244	564 127 437
2003	145 049 492	393 203 903	515 737 821	603 319 455	683 072 141
2004	191 637 396	367 215 620	507 430 700	588 877 257	666 720 831
2005	119 778 903	278 781 798	371 865 608	431 552 918	488 599 817
2006	152 874 723	334 407 437	446 064 363	517 661 147	586 090 677
Coefficients de développement		2,187	1,334	1,161	1,132

Suivant le modèle ci-dessus décrit, un montant en gras est obtenu en multipliant celui qui le précède, dans un déplacement de la gauche vers la droite, par le coefficient de développement qui résulte des deux colonnes qui les contiennent.

3^{ème} étape : calcul de la PSAP

Ce calcul résulte de l'application de la formule $PSAP = \sum_{i=1}^n X_{i,n} - \sum_{i=1}^n X_{i,n-i+1}$ avec n=5.

De manière plus concrète, il s'agit de faire la différence entre d'une part, le total des montants de la 5^{ème} année de développement (estimation de la charge totale des sinistres) et d'autre part, le total des montants en italiques situés sur la diagonale et qui correspondent à la somme des règlements déjà effectués. Le tableau suivant récapitule cette 3^{ème} étape :

Exercices de survenance	5 ^{ème} année de développement	Diagonale (en italique)	PSAP hors chargement de gestion	PSAP chargement de gestion compris (5%)
2002	564 127 437	564 127 437	564 127 437	564 127 437
2003	683 072 141	603 319 455	79 752 686	83 740 320
2004	666 720 831	507 430 700	159 290 131	167 254 638
2005	488 599 817	278 781 798	209 818 019	220 308 920
2006	586 090 677	152 874 723	433 215 954	454 876 752
Total	2 988 610 904	564 127 437	1 446 204 228	1 490 308 067

Ainsi, le montant de la PSAP calculée selon la méthode du Chain Ladder, à fin 2006 et se rapportant à la branche RC automobile est égal à ***1 490 308 067 F CFA***. Ce résultat est très biaisé comparé à celui obtenu par la méthode des cadences de règlement (***3 627 332 228 F CFA***) et confirme l'importance que présente le recul dans l'application de la méthode du Chain Ladder. Outre cela, il convient de relever les contraintes suivantes que comporte cette méthode :

- les incrémentations correspondants aux périodes de développement longues, font l'objet de peu d'observations. Le dernier coefficient par exemple, est calculé à partir de seulement 2 valeurs et est appliqué à toute la colonne. Toutefois, une technique d'extrapolation par adéquation à des courbes de référence permettant d'estimer la queue de distribution du développement, peut encadrer ce phénomène.

- la valeur de la dernière année de survenance $X_{n,1}$, doit être surveillée puisqu'elle est la seule valeur connue de cette année d'origine et donc la valeur la plus exposée au biais multiplicatif du Chain Ladder. Une valeur élevée ou nulle de cet incrément aura un impact très important.

- on suppose que les sinistres sont tous déclarés et réglés, n années après leur survenance, ce dont on ne peut être tout à fait sûr car un dossier sinistre clos peut bien être rouvert plus tard, en raison par exemple, d'une évolution de la jurisprudence, notamment en matière de responsabilité civile.

Malgré ces quelques contraintes, la méthode du Chain Ladder fournit en pratique, moyennant un recul suffisant, des résultats convenables et satisfaisants et présente l'avantage opérationnel capital de pouvoir être facilement corrigée, du fait de son interprétation aisée.

Cependant, même si ses estimations sont en moyenne correctes, la méthode du Chain Ladder, à l'instar des autres méthodes déterministes, ne fournit qu'une valeur « brute » de la PSAP. Ainsi, nous n'avons aucune idée du crédit que l'on peut accorder à cette valeur. Or, il serait intéressant de pouvoir donner une certaine pertinence à cette valeur, en lui associant un intervalle de confiance, une volatilité ou

une probabilité de réalisation. L'idée de nombreux chercheurs comme MACK, KREMER, RENSHAW, ou encore VERRALL, a été de construire un modèle paramétrique basé sur celui du Chain Ladder en intégrant une dimension aléatoire dans l'estimation de la PSAP (ce qui constitue également un autre avantage majeur de cette méthode du Chain Ladder). C'est le fondement des méthodes stochastiques d'évaluation de la PSAP. Dans le paragraphe suivant consacré à ces méthodes stochastiques, nous présenterons notamment le modèle développé par Thomas MACK visant à introduire une dimension probabiliste dans la méthode du Chain Ladder.

Mais auparavant, il convient de noter, qu'outre les méthodes du Chain Ladder et des cadences de règlement étudiées supra, il existe d'autres méthodes déterministes telles que Bornhuetter-Ferguson, Cape Code, London Chain, London pivot etc.¹ Elles ne sont citées qu'à titre indicatif et ne feront pas l'objet de développement.

II.2. Les méthodes stochastiques

Ces méthodes marquent le passage d'un système déterministe dans lequel la prudence est contenue dans les hypothèses d'évaluations des PSAP à un système où la prudence est quantifiée de manière explicite. Elles sont de différentes familles, de plusieurs ordres ou encore de plusieurs catégories, les une plus élaborées que les autres. Si dans la suite, il sera essentiellement question de la méthode de Thomas MACK, d'autres méthodes seront également évoquées sans toutefois faire l'objet de développements particuliers.

II.2.1. La méthode de Thomas Mack

II.2.1.1. Préliminaires

II.2.1.1.1. Les techniques de simulation

¹ Le choix entre l'une ou l'autre de ces méthodes dépend des données disponibles mais également des difficultés ou facilités d'interpréter aisément les résultats qui en sont issus.

Les techniques de simulation sur lesquelles s'appuient les méthodes de Monte Carlo dont la méthode de Thomas MACK, dans le cadre de l'approche stochastique du provisionnement, visent à étudier un grand nombre de scénarii ou trajectoires possibles, afin de déduire une loi de distribution (ou de probabilité) de la PSAP. Ainsi et ce comme nous allons le voir infra, Thomas MACK a retenu les lois normales et log-normales comme lois de probabilité des PSAP.

Il convient de préciser que ces techniques de simulation reposent sur l'existence de générateurs de nombres aléatoires mais également sur la notion de fonction inverse généralisée qui va d'ailleurs revenir dans les paragraphes qui suivent. A cet effet, il sied de donner la définition suivante :

Définition

Soit X une variable aléatoire réelle de fonction de répartition F . On appelle inverse généralisée de F et on note F^{-1} , la fonction définie pour tout $y \in]0;1]$ par :

$$F^{-1}(y) = \inf\{x \in R / F(x) \geq y\} \text{ où}$$

R = ensemble des nombres réels,

$\inf A$ =plus grand des minorants de A , pour toute partie A de R , un minorant de A étant un nombre supérieur à tous les éléments de A .

II.2.1.1.2. Les mesures du risque

Lorsque l'on est parvenu à déterminer la loi de probabilité suivie par le montant de la PSAP, une grande partie de l'étude est faite. Demeure cependant le problème des mesures du risque. Il s'agit de fonctions-instruments qui permettent effectivement de connaître la prudence, la volatilité ou encore la probabilité associée à un montant de PSAP donnée mais également de déterminer un montant de PSAP à partir d'une probabilité donnée. Ainsi, dans le cadre de la méthode de Thomas MACK, deux mesures de risque ont été privilégiées : la Value at Risk (VaR) principalement et la Tail Value at Risk (TVaR).

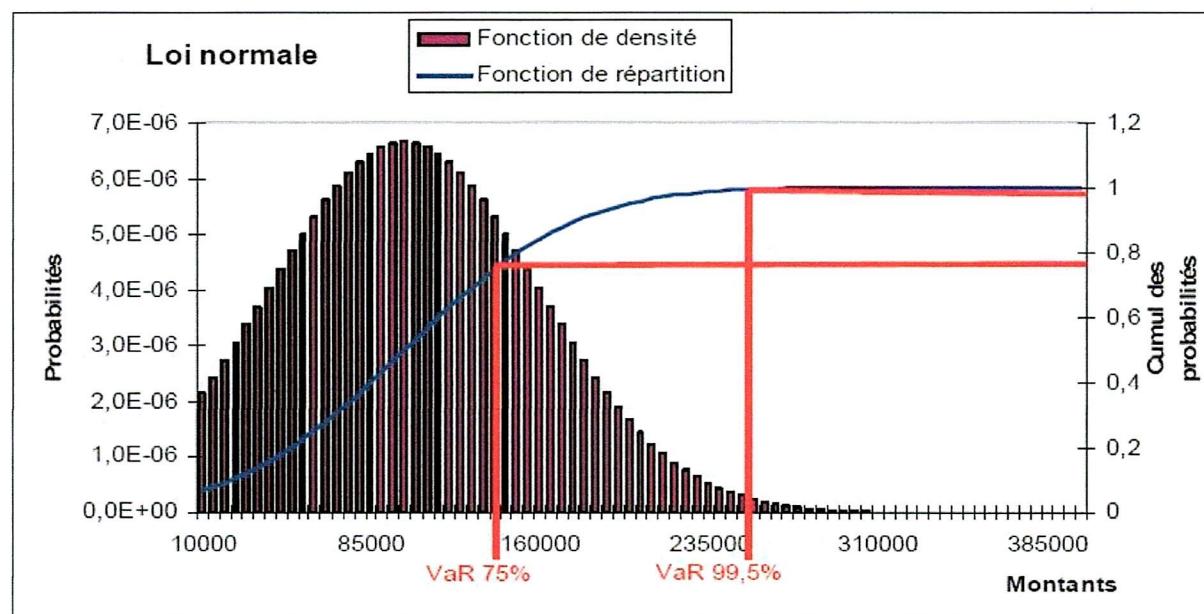
La Value at Risk

La Value at Risk au seuil α d'une variable aléatoire réelle X de fonction de répartition F , notée $VaR(X; \alpha)$, se définit simplement comme le quantile d'ordre α :

$$VaR(X; \alpha) = F^{-1}(\alpha)$$

Ainsi, la VaR présente l'avantage de se calculer assez aisément.

Illustration :



Si on désigne par X la variable aléatoire réelle égale au montant de la PSAP, $VaR(X; \alpha)$ correspondra au plus petit des montants de PSAP tels que la probabilité pour que X leur soit inférieur est supérieur ou égale à α .

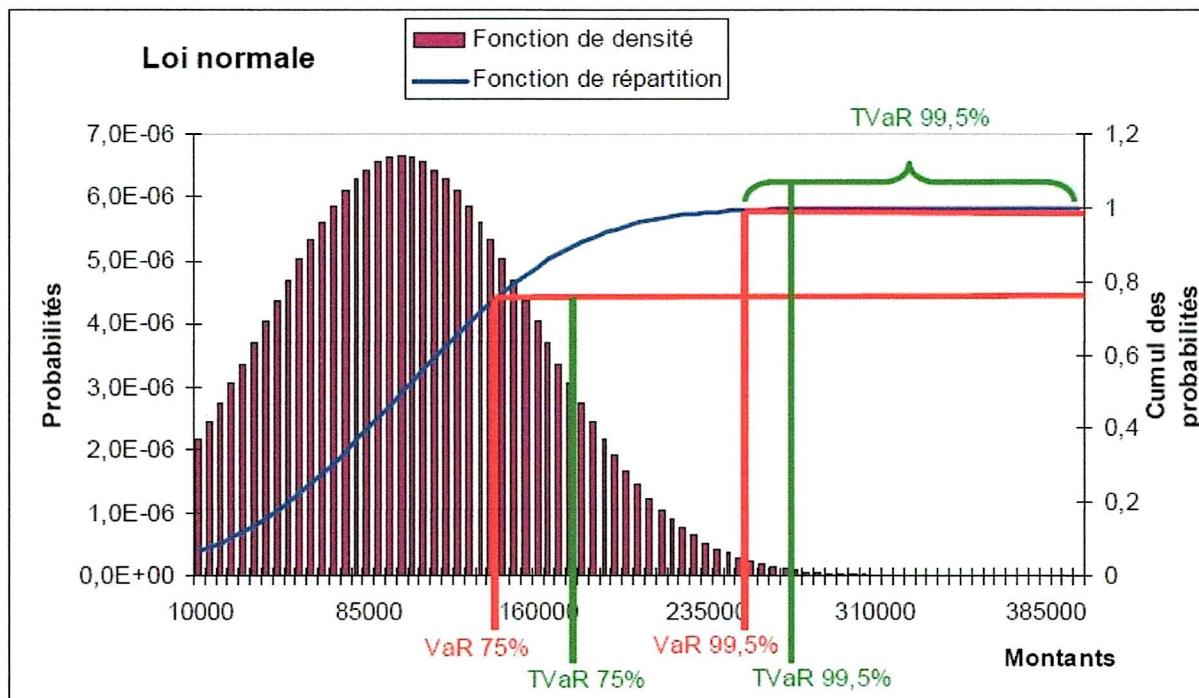
La Tail Value at Risk

On appelle Tail Value at Risk au seuil α d'une variable aléatoire réelle X de fonction de répartition F , et on note $TVaR(X; \alpha)$, la grandeur définie de la manière suivante :

$$TVaR(X; \alpha) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 VaR(X; \xi) d\xi$$

La $TVaR(X; \alpha)$ apparait ainsi comme la moyenne des Var de seuil supérieur à α

Illustration :



Exemple de calcul de VaR et de TVaR

Considérons le tableau suivant, des valeurs de la fonction de répartition F d'une variable aléatoire réelle X :

x	$F(x)$
228,79	99,50%
230,60	99,55%
232,60	99,60%
234,84	99,65%
237,39	99,70%
240,35	99,75%
243,91	99,80%
248,39	99,85%
254,52	99,90%
264,53	99,95%
500,12	100,00%

On souhaite calculer $VaR(X;99,5\%)$ et $TVaR(X;99,5\%)$.

On obtient immédiatement $VaR(X;99,5\%) = 228,79$.

Pour le calcul de $TVaR(X;99,5)$, on utilise l'équivalent pour les variables aléatoires réelles discrètes, de la formule donnée supra :

$$TVaR(X;99,5) = \frac{1}{1-99,5\%} (230,60 * 0,0005 + \dots + 500,12 * 0,0005) = \frac{1}{10} (230,60 + \dots + 500,12) \\ = 268,73$$

Ainsi, les mesures de risque décrites ci-dessus seront utilisées dans la suite de ce paragraphe pour quantifier la marge de risque associée au niveau des PSAP.

II.2.1.2. Modélisation et évaluation des PSAP

II.2.1.2.1. Les familles de lois utilisées

La méthode de Thomas Mack utilise les lois normales et log-normales pour la modélisation des PSAP, résultat auquel l'auteur est parvenu à partir d'un grand nombre de simulations. Plus précisément, la méthode préconise la loi normale pour la branche santé en raison de sa queue de distribution courte (délai de liquidation court) et retient la loi log-normale pour les autres branches non vie (RC automobile par exemple) du fait de sa queue de distribution nettement plus importante (délai de liquidation long). Ces résultats ont été si pertinents qu'ils ont été adoptés par le Swiss Solvency Test (SST)¹. Il convient dès lors de définir ces deux lois à travers notamment leurs caractéristiques.

La loi normale

Une variable aléatoire réelle continue X suit la loi normale de paramètres m et σ ($m \in R$ et $\sigma \in R_+^*$) si elle admet pour densité de probabilité la fonction f de R dans R définie par :

$$\forall x \in R, f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

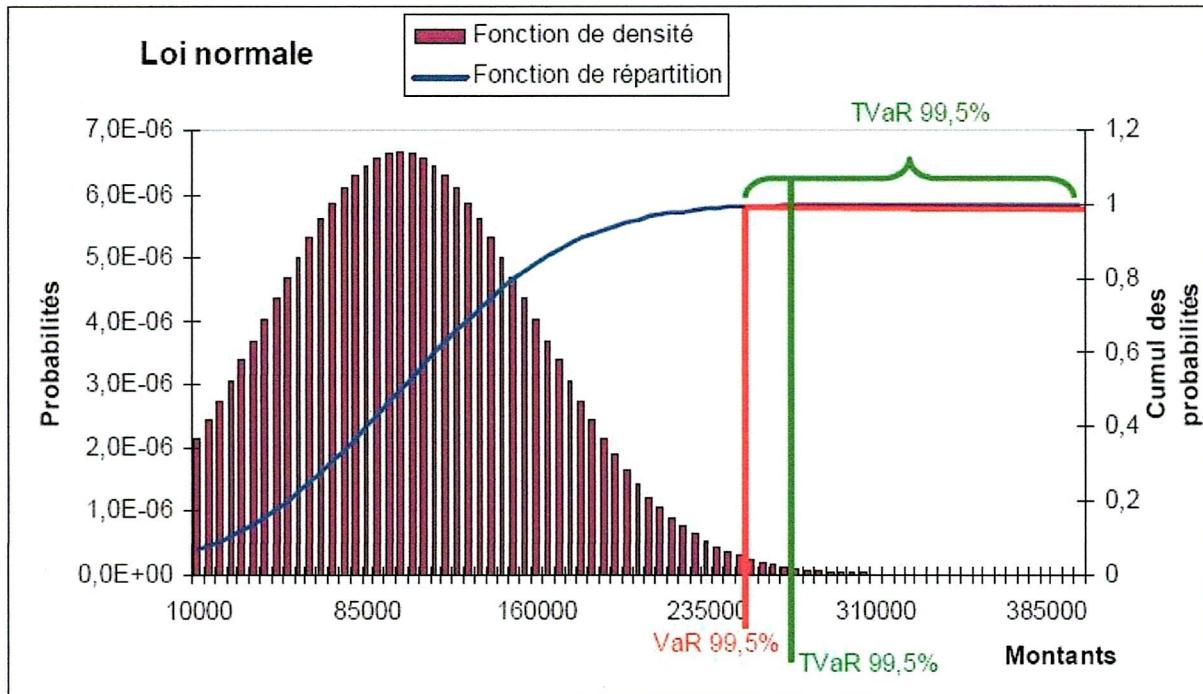
m est la moyenne de X et σ son écart type.

¹ Le SST est l'équivalent en Suisse des Solvency I et II

Considérons la loi normale de moyenne 100000 et d'écart type 60000. Alors, on a :

$$\text{VaR } 99,5\% = 254550$$

$$\text{TVaR } 99,5\% = 273234$$



La loi log-normale

Une variable aléatoire continue positive X suit la loi log-normale de paramètres m et σ ($m \in \mathbb{R}$ et $\sigma \in \mathbb{R}_+$) si et seulement si son logarithme népérien suit la loi normale de même paramètres. X admet alors pour densité de probabilité, la fonction f de R dans R définie par :

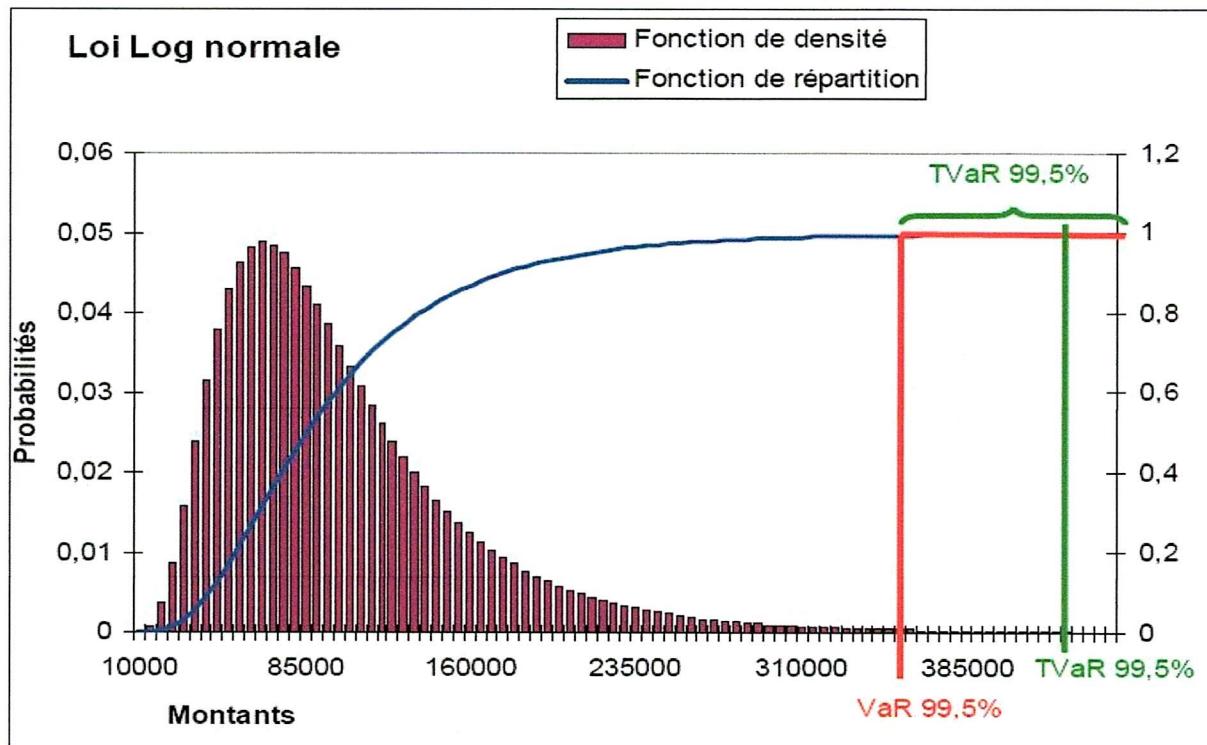
$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - m}{\sigma}\right)^2} & \text{si } x > 0 \\ f(x) = 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

m est la moyenne de X et σ son écart type.

En considérant la loi log-normale de moyenne 100000 et d'écart type 60000, on a :

$$\text{VaR } 99,5\% = 357723$$

$$\text{TVaR } 99,5\% = 430806$$



II.2.1.2.2. Calibrage des lois

Sachant qu'une loi normale ou log-normale est caractérisée par sa moyenne et son écart type, il est essentiel de pouvoir déterminer les paramètres de celles modélisant les PSAP. A cet effet, la méthode de Thomas MACK, dans un souci de cohérence, retient le montant de PSAP calculée avec la méthode déterministe du Chain Ladder, comme moyenne de son modèle stochastique. En ce qui concerne son écart type, l'auteur a établi une formule permettant d'en avoir une bonne estimation, formule qui nécessite toutefois la vérification de trois hypothèses se rapportant au rectangle de liquidation du Chain Ladder :

H_1 : les exercices de survenance sont indépendants entre eux, c'est-à-dire que les ensembles $\{X_{i1}, \dots, X_{in}\}$ et $\{X_{k1}, \dots, X_{kn}\}$ sont indépendants pour $i \neq k$.

H_2 : pour $j=1, \dots, n-1$, il existe un paramètre C_j tel que

$$\text{conditionnellement } E(X_{i,j+1} / X_{i,1}, \dots, X_{ij}) = C_j X_{ij} \text{ pour } i=1, \dots, n$$

H_3 : pour $j=1, \dots, n-1$, il existe un paramètre σ_j^2 , tel que pour

$$i=1, \dots, n : V(X_{i,j+1} / X_{i,1}, \dots, X_{ij}) = \sigma_j^2 X_{ij} \text{ avec } \sigma_j \text{ la volatilité par période de}$$

développement et $\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} X_{ij} \left(\frac{X_{i,j+1}}{X_{i,j}} - \hat{C}_j \right)^2$ un estimateur de σ_j^2 pour $j=1, \dots, n-1$ où \hat{C}_j est un estimateur de C_j

Sous ces hypothèses et en désignant par R_i la PSAP correspondant à l'année de survenance i et par R la PSAP totale, on a :

$$\boxed{mse(R_i) = \hat{X}_{in}^2 \sum_{k=n+1-i}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{C}_k^2} \left[\frac{1}{\hat{X}_{ik}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{n-k} X_{jk}} \right], i=2, \dots, n^1}$$

où \hat{X}_{ik} sont les valeurs estimées du triangle inférieur

et

$$\boxed{mse(R) = \sum_{i=2}^n \left\{ (mse(R_i))^2 + \hat{X}_{in} \left(\sum_{j=i+1}^n \hat{X}_{ij} \right) \sum_{k=n+1-i}^{n-1} \frac{2\hat{\sigma}_k^2 / \hat{C}_k^2}{\sum_{p=1}^{n-k} X_{pk}} \right\}}$$

L'estimation de l'écart type se fait par la formule :

¹ mse : mean square error = carré de l'erreur standard

$$\text{Ecart type}(R) = \sqrt{N} * \text{erreur standard}(R) = \sqrt{N} * \sqrt{\hat{mse}(R)}$$

où N est le nombre total des observations du triangle supérieur de liquidation.

On démontre aisément que $N = \frac{n(n+1)}{2}$

II.2.1.2.3. Application

Soit le rectangle de liquidation suivant se rapportant à la branche RC auto (les différents montants sont des cumulés et sont en milliers de FCFA) :

exercices de survenance(i)	années de développement (j)				
	1	2	3	4	5
2002	3 416 532	5 371 016	5 427 284	5 725 347	5 728 243
2003	2 676 422	4 207 514	4 379 907	4 491 502	
2004	4 069 138	6 396 957	6 463 973		
2005	4 659 143	8 476 457			
2006	6 067 176				

La méthode du Chain Ladder classique, appliquée à ce rectangle permet de dégager un montant de PSAP égal à 5 356 623M FCFA. Les résultats obtenus avec la méthode de Thomas MACK , eux, sont résumés dans le tableau ci-dessous¹ :

Loi	Moyenne	Ecart type	VaR 75%	TVaR 75%	VaR 90%	TVaR 90%
Log-normale	5356623	1078876	6075198	6742536	6748866	7286815
normale	5356623	1078876	6084314	6729111	6739258	7251094

On sait alors, que si on constitue une provision de 6 075 198M FCFA, on a 75% de chance qu'elle soit suffisante. Et si ce montant est porté à 6 748 866M FCFA, la probabilité que la PSAP soit suffisante passe à 90%. En fait, connaissant la moyenne

¹ Les résultats concernant la loi normale sont donnés à titre indicatif car nous sommes en RC auto

et l'écart type de la loi log-normale modélisant la provision, il est aisé de déterminer son montant en fonction du degré de prudence voulu.

Ainsi, alors que la méthode du Chain Ladder nous a fourni un montant de PSAP brute, celle de Thomas MACK nous a permis de connaître la prudence associée à un montant donnée de provision et vice versa.

II.2.2. Autres méthodes stochastiques

Outre la méthode de Thomas MACK, d'autres méthodes stochastiques existent. Elles utilisent différentes sortes de modèles mathématiques et différentes lois de probabilité. On peut citer à titre d'exemple, le Bootstrap qui utilise les résidus, la méthode de Renshaw et Verrall qui modélise les provisions de sinistres par la loi de Poisson.

Somme toute, l'état C10 permet, dans le cadre des méthodes déterministes et surtout de celles stochastiques, un calcul assez précis des provisions pour sinistres à payer. Mais parvenir à un résultat aussi conséquent nécessite un recul suffisant des statistiques fournies par ses tableaux A et B.

CONCLUSION GENERALE

Au terme de notre étude, nous aurons analysé les états C9 et C10 afin d'appréhender les renseignements qu'ils fournissent. Nous nous serons également appuyé sur ceux de la SONAR, dans le cadre de leur exploitation statistique et/ou mathématique. Avec les données de l'état C9, nous avons calculé des provisions pour annulation de primes selon une méthode qui a fait l'objet d'une circulaire de la Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances (CIMA). Avec celles de l'état C10, nous avons procédé à l'évaluation des PSAP selon des méthodes exposées de manière logique suivant l'ordre croissant de la précision. Ainsi après avoir étudié deux méthodes déterministes, nous nous sommes intéressé aux procédés stochastiques qui constituent, il faut bien le dire, une nouvelle étape dans la recherche de précision en matière de provisions de sinistres. Avec l'algorithme de Thomas MACK, nous avons montré qu'il est possible de connaître la volatilité associée à un montant de PSAP donné, mieux, que l'on peut déterminer le montant de PSAP d'après la prudence voulue.

Cependant, à l'analyse, on se rend très vite compte que la garantie de l'efficacité d'un tel instrument nécessite que les compagnies apportent un soin conséquent à la confection de leurs états C10 et C9 et d'une manière plus générale, de l'ensemble des états CIMA qu'elles sont tenues d'établir. Ce soin passe par la cohérence et la pertinence de ces états. Par cohérence, l'on entend que les données d'un état ne soient pas contradictoires avec celles fournies par un autre. La pertinence renvoie à l'exactitude des informations fournies par les états de sorte que leur confection ne soit pas motivée seulement par l'obligation y relative, pesant sur les sociétés en vertu du code des assurances de la CIMA, mais également par l'utilisation que l'on peut en faire en interne, à l'image de ce que nous avons développé tout au long du présent mémoire. Une utilisation qui requiert, comme nous l'avons vu, des statistiques dont le recul va bien au-delà de celui des modèles prévus par le code. Par exemple, pour celles ayant trait à la liquidation des sinistres, on pourra s'inspirer de

l'état C10 et confectionner, en interne, un état qui prévoit non pas cinq exercices de survenance et d'inventaire mais plutôt dix voire douze. Les prédictions qui en résulteront n'en seront que plus précises.

Par ailleurs, il y a lieu de préciser que les ressources, humaines notamment, existent pour la mise en place effective des méthodes stochastiques d'évaluation des provisions de sinistres eu égard à la précision qu'elles apportent. A l'heure où ailleurs, notamment en Europe, aux Etats Unis et même en Afrique du Sud et au Maghreb, les entreprises d'assurance font de plus en plus appel à ces procédés stochastiques qui prennent ainsi le pas sur les méthodes déterministes, pour le calcul de leurs provisions, il n'est peut être pas trop tôt pour les compagnies de la zone CIMA, de commencer à y songer.

BIBLIOGRAPHIE

DOCUMENTS

- 1-Thomas MACK : « Distribution free calculation of the standard error oh chain ladder reserve estimates », ASTIN bulletin, vol 23 (1993)
- 2- Thomas MACK : «which stochastic model is underlying the chain ladder method », Insurance, Mathematics and Economics, vol 15 (1994)

MEMOIRES

- 1-Clélia SAUVET: «Solvency II, quelle modélisation stochastique des provisions techniques prévoyance et non vie?» (2006)
- 2-Pierre DORE «Pilotage du provisionnement et allocation stratégique optimale d'un portefeuille d'assurance responsabilité civile» (2002)
- 3-Sadeck HAMI : «Les modèles DFA: présentation, utilité et application»,

CONFERENCE

- Christian PARTRAT : «Evaluation stochastique de la provision pour sinistres» (2004)

COURS

- 1- Adama NDIAYE : Eléments de cours de contrôle sur pièces et sur place, dispensé au cycle MSTA, 7^{ème} promotion de l'IIA (2006)
- 2-Mandaw KANDJI : Eléments de cours de contrôle sur pièces et sur place, dispensé au cycle DESS, 18^{ème} promotion de l'IIA (2008)

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	1
PREMIERE PARTIE : ANALYSE DES ETATS C9 ET C10.....	3
CHAPITRE 1 : L'ETAT C9	4
I.1. Présentation de l'état C9	4
I.2. Confection de l'état C9	8
CHAPITRE 2 : L'ETAT C10.....	15
II.1. Présentation de l'état C10	15
II.1.1. Le tableau A.....	16
II.1.2. Le tableau B.....	19
II.2. Confection de l'état C10	22
DEUXIEME PARTIE : EXPLOITATION DES ETATS C9 ET C10.....	27
CHAPITRE 1 : LES APPLICATIONS DE L'ETAT C9	29
I.1. Description de la méthode des cadences d'annulation.....	29
I.2. Application	30
CHAPITRE 2 : LES APPLICATIONS DE L'ETAT C10	36
II.1. Les méthodes déterministes	36
II.1.1. La méthode des cadences de règlement.....	37
II.1.1.1. Description.....	37
II.1.1.2. Application.....	38
II.1.2. La méthode du Chain Ladder classique (ou standard)	41
II.1.2.1. Notations et hypothèses	41
II.1.2.2. Présentation du modèle.....	43
II.1.2.3. Application.....	45

II.2. Les méthodes stochastiques	49
II.2.1. La méthode de Thomas Mack	49
II.2.1.1. Préliminaires	49
II.2.1.1.1. Les techniques de simulation	49
II.2.1.1.2. Les mesures du risque	50
La Value at Risk.....	51
La Tail Value at Risk	51
II.2.1.2. Modélisation et évaluation des PSAP.....	53
II.2.1.2.1. Les familles de lois utilisées	53
La loi normale	53
La loi log-normale.....	54
II.2.1.2.2. Calibrage des lois	55
II.2.1.2.3. Application.....	57
II.2.2. Autres méthodes stochastiques	58
CONCLUSION GENERALE.....	59