



Mémoire présenté
En vue l'obtention du Diplôme universitaire d'actuariat de l'IIA et de l'ISFA

PROVISIONNEMENT EN RESPONSABILITE CIVILE AUTOMOBILE

Par : NGATCHEU NGAKO Larissa

Sous l'encadrement de :

Dr Aymric Kamega
Actuaire certifié
Directeur général d'AGC assurances et
PDG d'Acam Vie.

Fotso Siméon
Professeur des universités
D'Etat du Cameroun

REMERCIEMENTS

Ma gratitude va particulièrement à M. Aymric Kamega Actuaire certifié et directeur général d'AGC assurances pour m'avoir accueilli au sein de sa structure, pour m'avoir guidé tout au long de mon stage et dans la rédaction de ce mémoire.

Je remercie M. Taakam Roméo directeur technique d'AGC assurances pour m'avoir accueilli au sein de son service et ses conseils pratiques.

Je remercie également le personnel d'AGC assurances pour leur hospitalité.

Je tiens à remercier M. Siméon Fotso mon encadreur académique pour son aide et ses conseils.

Je remercie M. Éric Maniable Actuaire pour sa grande disponibilité et son aide précieuse tout au long de cette période.

Mes remerciements vont également à l'endroit l'administration et tous les enseignants de l'IIA et l'ISFA pour ces deux années d'étude.

J'adresse mes remerciements les plus sincères à ma famille et à mon fiancé pour leur amour, leur soutien inconditionnel et leurs précieux conseils.

Enfin je souhaite remercier toutes les personnes qui ont contribué, directement ou indirectement à ce mémoire.

RESUME

Dans un marché aussi concurrentiel que celui de l'assurance automobile, les assureurs sont obligés de revoir régulièrement leurs modèles de tarification et de provisionnement afin de s'adapter à l'évolution de leur portefeuille et également aussi normes réglementaires. Les provisions techniques sont les réserves que la compagnie d'assurance constitue pour honorer les engagements contractés envers les assurés, ainsi une bonne estimation des provisions est primordiale pour assurer non seulement la solvabilité mais aussi la pérennité d'une compagnie d'assurance. Il paraît donc important d'identifier l'influence du niveau des provisions sur les indicateurs actuels et réglementaires d'une société d'assurance non vie. Etant donné que cela se fait par branche, pour notre travail nous nous intéressons à la responsabilité civile automobile.

Il existe plusieurs types de provisions chacun ayant un rôle bien défini, nous avons par exemple les provisions pour risque en cours, les provisions pour sinistre à payer (PSAP). Les PSAP représentent la majeure partie des provisions techniques, ainsi son estimation fait objet de calcul minicieux. De ce fait il existe plusieurs méthodes pour estimer ces provisions, on distingue les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques.

Les méthodes déterministes sont généralement basées sur la cadence de règlements des sinistres, parmi ces méthodes nous avons utilisé la méthode de Chain Ladder qui est la méthode de base, la méthode de Chain Ladder pondéré et la méthode de London Chain et pour chacune de ces méthodes, nous présentons un back testing qui est la comparaison entre les provisions estimées et les observations réelles. Pour pallier l'insuffisance des méthodes déterministes, nous présentons les méthodes stochastiques : le modèle de Mack qui permet d'obtenir une erreur de prédiction des réserves, la méthode GLM et la technique du Bootstrap associée qui permet d'obtenir une distribution des réserves et donc d'obtenir un intervalle de confiance de ces réserves. Ce mémoire a pour objectif d'étudier l'impact de la méthode de provisionnement sur une compagnie. Pour le faire à partir des provisions obtenues, nous avons quantifié l'impact de la politique de provisionnement avec les indicateurs tels que définit par le code des assurances (exigence de marge minimale et la marge constituée).

Mots clés :

Provisionnement, responsabilité civile automobile, solvabilité, Mack, exigence de marge,

ABSTRACT

In a competitive market such as motor insurance, insurers are obliged to regularly review their pricing and reserving models in order to adapt to the evolution of their portfolio and also to regulatory standards. For our work we are interested in motor third party liability. Technical reserves are the reserves that the insurance company builds up to meet its commitments to policyholders, so a good estimate of reserves is essential to ensure not only the solvency but also the sustainability of an insurance company. It is therefore important to identify the influence of the level of reserves on the current and regulatory indicators of a non-life insurance company. There are several types of reserves, each with a well-defined role, such as provisions for outstanding risks and provisions for claims payable (PSAP). The PSAP represents the major part of the technical provisions, so its estimation is subject to careful calculation. As a result, there are several methods for estimating these reserves, one distinguishes between deterministic and stochastic methods.

Deterministic methods are generally based on the rate of claims settlements, among these methods we have used the Chain Ladder method which is the basic method, the weighted Chain Ladder method and the London Chain method. For each of these methods, we present a back testing which is the comparison between the estimated reserves and the real observations. To compensate for the inadequacy of the deterministic methods, we present the stochastic methods: the Mack model, which makes it possible to obtain a prediction error for the reserves, the GLM method and the associated Bootstrap technique, which makes it possible to obtain a distribution of the reserves and thus to obtain a confidence interval for these reserves. The objective of this thesis is to study the impact of the reserving method on a company. In order to do so, we have quantified the impact of the provisioning policy with the indicators as defined by the insurance code (minimum margin requirement and margin constituted).

Key Word :

Provisioning, automobile liability, solvency, Mack, margin requirement,

LISTE DES ABREVIATIONS

CIMA : Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances

IARD : Incendies, Accidents et Risques Divers

PSAP : Provisions pour Sinistres A Payer

IBNR : Incured But Not Reported

PREC : La provision pour risque en cours

RCM_Auto : responsabilité civile matérielle automobile

RCC_Auto : responsabilité civile corporelle automobile

GLM : generalized linear model

CRCA : Commission Régionale de Contrôle des Assurances

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS.....	1
RESUME	2
ABSTRACT	3
LISTE DES ABREVIATIONS	4
LISTE DES TABLEAUX	7
LISTE DES FIGURES	9
INTRODUCTION.....	10
PARTIE I : RISQUES LIES A LA RC AUTOMOBILE.....	12
CHAPITRE I : ANALYSE DE LA SINISTRALITE	13
1. Présentation des bases.....	13
1.1. Base des SAP.....	13
1.2. Base des paiements	14
1.3. Base production	14
2. Analyse de la fréquence du risque de sinistre.....	15
3. Analyse du montant moyen des sinistres.....	17
CHAPITRE II : ANALYSE DES AUTRES RISQUES	20
1. Fraude	20
a. Type de Fraude	20
b. Quelques éléments de lutte contre la fraude	22
PARTIE II : TYPES DE PROVISIONS ET MODELES ASSOCIES.....	23
CHAPITRE III : PRESENTATION ET MODELES ASSOCIES.....	24
1. PSAP.....	24
1.1 Présentation.....	24
1.2 Modèles associés	24
1.2.1 Méthodes déterministes.....	25
a. Chain Ladder	26
b. Chain Ladder Pondéré	26
c. London Chain	27
d. London Pivot	29
e. Modèle factoriel : De Vylder.....	30

1.2.2	Méthodes Stochastiques	31
a.	Modèle de Mack	31
b.	Modèle linéaire généralisé (GLM)	33
c.	Approche non paramétrique : Le bootstrap	35
2.	Autres provisions : présentation et modèles associés	36
2.1	Provision Mathématique de rentes	36
2.2	PREC	36
CHAPITRE IV : ILLUSTRATIONS D'UN PROVISIONNEMENT GLOBAL (PSAP).....		38
1.	Analyse et Traitement des données	38
2.	Statistiques descriptives	38
3.	Application des méthodes à notre base de données	42
PARTIE III : IMPACT DE LA METHODE DE PROVISIONNEMENT POUR UNE COMPAGNIE.....		55
CHAPITRE V : IMPACT SUR LA SOLVABILITE D'UNE COMPAGNIE		56
1.	Présentation de la méthode	58
2.	Application	59
CONCLUSION.....		60
BIBLIOGRAPHIE		61
ANNEXE.....		62

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1..Fréquence sinistre RCM_AUTO	15
Tableau 2..Fréquence sinistre RCC_AUTO	16
Tableau 3.Côté Moyen RCM_AUTO	17
Tableau 4.Côté Moyen RCC_AUTO	18
Tableau 5.Ecart type des écarts de règlements non cumulés entre 2010 et 2013 RCM_AUTO par exercice de survenance	38
Tableau 6. Description de la base RCM_Auto par exercice de survenance	39
Tableau 7.ecart de règlements non cumules entre 2010 et 2013 RCC_Auto par exercice de survenance	40
Tableau 8.description de la base RCC_AUTO par année d'exercice.....	41
Tableau 9.d-triangles des règlements RCM_AUTO	44
Tableau 10.Statistiques d-triangles RCM_AUTO	44
Tableau 11.Facteurs de développement et cadences des règlements de la base RCM_AUTO sur le triangle de règlement	44
Tableau 12.Provisions Ri de la base RCM_Auto pour une année d'exercice i sur le triangle des règlements.....	45
Tableau 13..D-TRIANGLES DES REGLEMENTS RCC_AUTO	45
Tableau 14.facteurs de développement et cadences des règlements de la base RCC_Auto sur le triangle de règlement	45
Tableau 15.facteurs de développement et cadences des règlements de la base RCC_AUTO sur le triangle de règlement	46
Tableau 16.provisions Ri de la base RCC_AUTO pour une année d'exercice i sur le triangle des règlements.....	46
Tableau 17.Facteurs de développement pour les méthodes de Chain Ladder branche RCM_AUTO	47
Tableau 18.provisions Ri de la base RCM_AUTO pour une année d'exercice i sur le triangle des règlements.....	47
Tableau 19.provisions Ri de la base RCM_AUTO pour une année d'exercice i sur le triangle des règlements.....	48
Tableau 20.facteurs de développement pour les méthodes de Chain ladder branche RCC_AUTO .	48
Tableau 21.provisions Ri de la base RCC_AUTO pour une année d'exercice i sur le triangle des règlements.....	49
Tableau 22..provisions Ri de la base RCC_AUTO pour une année d'exercice i sur le triangle des règlements.....	49
Tableau 23.facteurs de développement pour la méthode de London Chain pour la base RCM_AUTO	50
Tableau 24.provisions Ri de la base RCM_AUTO pour une année d'exercice i sur le triangle des règlements.....	50
Tableau 25.facteurs de développement pour la méthode de London Chain pour la base RCC_AUTO	50
Tableau 26.provisions Ri de la base RCC_AUTO pour une année d'exercice i sur le triangle des règlements.....	51

Tableau 27.récapitulatif des différentes provisions suivants les différentes méthodes selon les deux branches	51
Tableau 28.Statistique sur les différentes provisions	51
Tableau 29.back testing sur la branche RCM_Auto	52
Tableau 30.back testing sur la branche RCC_Auto	52
Tableau 31.Résultat de Mack sur les différentes branches.....	54
Tableau 32.calcul exigence de marge minimale première méthode.....	59
Tableau 33. calcul exigence de marge minimale deuxième méthode	59

LISTE DES FIGURES

Figure 1..Fréquence sinistre RCM_AUTO.....	16
Figure 2..Fréquence sinistre RCC_AUTO.....	16
Figure 3.Côut Moyen RCM_AUTO.....	18
Figure 4.Côut Moyen RCC_AUTO.....	18
Figure 5.Statistiques estimées de la fraude mixte par rapport aux types.....	22
Figure 6.Ecart de règlements non cumulés entre 2010 et 2013 RCM_AUTO par exercice de survenance	38
Figure 7. Représentation graphique de règlements cumulés RCM_AUTO	39
Figure 8.évolution des règlements et des provisions RCM_Auto par année d'exercice.....	40
Figure 9.ecart de règlements non cumules entre 2010 et 2013 RCC_AUTO par exercice de survenance	40
Figure 10.representation graphique de règlements cumules RCC_Auto.....	41
Figure 11.evolution des règlements et des provisions RCC_AUTO par exercice de survenance.....	42
Figure 12.Validation de l'hypothèse de proportionnalité base RCM_AUTO	43
Figure 13.Validation de l'hypothèse de proportionnalité base RCC_AUTO	43
Figure 14.résultat du modèle de Mack en utilisant le logiciel R branche RCM_AUTO.....	53
Figure 15. résultat du modèle de Mack en utilisant le logiciel R branche RCC_AUTO	53

INTRODUCTION

La responsabilité civile est l'obligation de réparer les dommages causés à autrui. Notre attention se porte essentiellement sur la responsabilité civile automobile, (RC auto). Il s'agit d'une assurance obligatoire pour tous véhicules terrestres à moteur, ainsi que ses remorques ou semi-remorques. Plus explicitement, en matière d'assurance automobile, il s'agit de réparer les dommages causés par votre véhicule : dégâts matériels, blessure, maladie, décès, pertes de revenus du travail, de chiffre d'affaires, dues par exemple à une incapacité totale ou partielle ... Elle prend également en charge les dommages causés par tout conducteur utilisant le véhicule assuré, même contre le grès de son propriétaire. Cependant, dans ce dernier cas, si l'assureur a l'obligation d'indemniser les victimes, il dispose d'un recours contre le conducteur non autorisé.

En matière de sinistres on distingue : les sinistres corporels et les sinistres matériels. Pour les dommages matériels, une compagnie d'assurance peut fixer un montant maximal. Pour ce qui concerne les dommages corporels, il n'y a jamais de limite d'indemnisation. En particulier la garantie responsabilité civile(RC) corporelle en assurance automobile présente une certaine hétérogénéité dans ses sinistres. On trouve d'une part une grande majorité de sinistres dits attritionnels qui ont une liquidation assez rapide et d'autre part les sinistres dits graves qui ont des montants bien plus importants tout étant beaucoup plus rares en fréquence.

La spécificité de l'activité d'une compagnie d'assurance repose sur l'inversion de son cycle de production : les primes sont encaissées avant que les sinistres ne soient connus. Ce qui explique la différence de représentation du bilan et du compte de résultats de celle-ci par rapport aux entreprises classiques. Un provisionnement adéquat est bénéfique non seulement à l'ensemble des acteurs de l'assurance mais permet un règlement rapide des sinistres. L'évaluation des provisions techniques représente un enjeu majeur pour une compagnie d'assurance. En effet une sur évaluation des provisions génère une baisse du résultat de l'assureur à court terme tandis qu'une sous-évaluation des provisions peut mettre l'assureur dans l'incapacité d'honorer ses engagements auprès des assurés. L'évaluation de ces provisions doit être la plus juste possible pour faire face à toute évolution de la sinistralité, tout en évitant de prendre une marge de risque trop importante. On constate donc que pour les branches RC, automobile (partie corporelle) et générale, moins de 15% des sinistres sont réglés après 1 an et il faut attendre 2 à 5 ans pour que la moitié des sinistres soient réglés. Pendant tout ce temps, le bilan doit refléter le coût probable de ces sinistres. (Cf. Michel Denuit & Arthur Charpentier [2009] Mathématiques de l'Assurance Non Vie).

La solvabilité d'une compagnie d'assurance est une question qui est regardé de près par les autorités de tutelle en mettant en place des normes de plus en plus exigeantes. L'ensemble des provisions que doit calculer un assureur dans son bilan sont décrites dans le Code des Assurances (R 334- 8 du Code des Assurances.). D'après le Code des Assurances, les provisions doivent être « suffisantes » pour permettre le règlement des engagements vis-à-vis des assurés et des bénéficiaires de contrat.

« [...] Les provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis-à-vis des assurés ou bénéficiaires de contrats [...] calculées, sans déduction des réassurances cédées [...] » (Art. R. 334-1 du Code des Assurances). Ce dernier fixe également les modalités de calcul des différentes provisions, par exemple pour les provisions pour sinistre à payer, L'évaluation des sinistres connus est effectuée dossier par dossier, le coût d'un dossier comprenant toutes les charges externes individualisables. Elle est augmentée d'une estimation du coût des sinistres survenus mais non

déclarés (Tardifs ou IBNR). Par dérogation, l'entreprise peut, avec l'accord de la CRCA, utiliser des méthodes statistiques pour l'estimation des sinistres survenus au cours des deux derniers exercices.

Il existe plusieurs types de provisionnement en fonction des données que l'on possède le plus important est de trouver celle qui s'adapte au mieux à notre contexte (Réglementation, données...) mais également celle qui s'approchera du montant effectivement réglé. Comme le dit Hans Bühlmann 3, dans la postface du tome 2 de DENUIT et al. [2005] « le provisionnement n'est pas un problème de modélisation complexe et sophistiqué, mais plutôt un exercice de choix de modèle ». Ainsi la fiabilité des modèles peut être souvent mise en doute à cause de leur incapacité à reproduire précisément la réalité observée. Il se pose donc un problème de risque de modèle qui peut être dû par exemple au risque de traitement de données ou même d'estimation. On peut observer aussi le risque de réserve (reserve risk) qui est dû à la nature aléatoire de l'évaluation des sinistres et à leur mauvaise estimation. On a également le risque catastrophe (CAT risk) qui résulte d'événements extrêmes ou irréguliers non capturés par les risques de tarification et de provisionnement. L'assureur devra donc estimer au mieux leur montant final dans le but d'assurer la solvabilité de sa compagnie.

L'objectif de ce mémoire est d'étudier l'impact du risque de la méthode de provisionnement sur la solvabilité d'une compagnie.

Nous développerons dans la première partie les risques liés à la RC automobile. Par la suite, nous ferons une analyse des types de provisions et modèles associés. Enfin dans la dernière partie, nous examinerons l'impact de la méthode de provisionnement sur une compagnie.

PARTIE I : RISQUES LIÉS A LA RC AUTOMOBILE

La spécificité de l'activité d'une compagnie d'assurance repose sur l'inversion de son cycle de production : les primes sont encaissées avant que les sinistres ne soient connus. Ce qui explique la différence de représentation du bilan et du compte de résultat de celle-ci par rapport aux entreprises classiques. De ce fait l'assureur doit constituer des provisions techniques (dettes envers les assurés) et avoir suffisamment de fonds propre même en cas d'une perte éventuelle.

On distingue plusieurs types de risques liés à cette activité dont les risques techniques qui sont les risques associés directement ou indirectement aux bases techniques et actuarielles de calcul des primes et des provisions techniques. En responsabilité civile automobile, ces risques techniques menacent la capacité de l'assureur à remplir ses obligations en cas d'une fréquence ou d'un montant de sinistres plus importants que prévus. Les provisions peuvent par exemple se révéler insuffisantes suite à une évolution imprévue de la jurisprudence. Dans le chapitre 1 nous analysons la sinistralité d'une compagnie d'assurance.

CHAPITRE I : ANALYSE DE LA SINISTRALITE

Dans cette partie nous ferons l'analyse de la fréquence du risque et du coût moyen des sinistres sur la base RC automobile. Pour cela, nous commencerons par présenter les différentes bases qui nous ont permis de faire notre analyse.

L'objectif de cette partie est de justifier le choix de séparation de la base par type de sinistre.

1. Présentation des bases

Nous disposons des données observées portant sur les souscriptions de 2015 à 2020 et sur les sinistres de la branche RC auto de 2016 à 2020. La base de sinistres reçue contient les sinistres restants à payer noté SAP et les sinistres effectivement payés.

1.1. Base des SAP

Elle contient les informations de tous les sinistres survenus et déclarés non encore ou pas complètement réglés, par exemple les SAP de 2016 sont des sinistres survenus et déclarés non encore ou pas complètement réglés depuis 2002 jusqu'en 2016. De manière plus générale les SAP de l'année i représentent tous les sinistres survenus et déclarés non encore ou pas complètement réglés jusqu'à l'année i tout en sachant que la plus petite année de SAP est 2002. Etant donné que nous avons les SAP par année, le nombre de lignes varie d'une année à une autre, ils ont par contre le même nombre de variables que nous allons décrire Plus en détail.

De ce fait notre base SAP contient, pour chaque année, les différentes informations suivantes :

- La branche et la garantie : elles figurent dans notre base car il y a plusieurs branches et garanties dans le portefeuille et elles nous ont permis d'extraire la branche étudiée qui est la responsabilité automobile.
- La catégorie : qui représente les différentes catégories en assurance automobile, on en distingue dix.
- Numéro sinistre : numéro attribué à un assuré (propriétaire du véhicule assuré) en cas de sinistre.
- Numéro de police : numéro de la police d'assurance
- Date de survenance du sinistre
- Date d'effet du contrat
- Date d'échéance du contrat
- Montant SAP : qui est évaluation de la provision dossier par dossier pour sinistre restant à payer.
- Nature du sinistre, On distingue trois types : Matériel, Corporel, Mixte et Corporel.
- Libelle position renseigne sur l'état du sinistre. Il peut être : En cours, Prescrit, Réouvert, Sans suite, Suspens, Terminé.

1.2. Base des paiements

La base des paiements représente les paiements de tous les sinistres survenus et déclarés. Elle regroupe les informations suivantes :

- La branche et la garantie : elles figurent dans notre base car il y a plusieurs branches et garanties dans le portefeuille et elles nous ont permis d'extraire la branche étudiée qui est la responsabilité automobile.
- La catégorie : qui représente les différentes catégories en assurance automobile, on en distingue dix.
- Numéro sinistre : numéro attribué à un assuré (propriétaire du véhicule assuré) en cas de sinistre
- Numéro de police : numéro de la police d'assurance
- Date de survenance du sinistre
- Date d'effet du contrat
- Date d'échéance du contrat
- Montant réglé
- Le bénéficiaire
- Nature du sinistre, On distingue trois types : matériel, corporel, mixte et corporel.

1.3. Base production

Notre base production va de 2015 à 2016, elle est constituée des informations suivantes :

- La branche et la Garantie : comme pour les autres bases.
- Numéro police
- Nom de l'assuré
- Date d'effet du contrat
- Date d'expiration du contrat
- Prime nette

Comme pour toute base de données nous avons effectué des retraitements. Pour le faire nous allons regarder les données manquantes et l'incohérence des dates.

- Données manquantes :

On dira qu'une donnée est manquante lorsque toute information permettant d'identifier le sinistre n'est pas renseignée (numéro sinistre, numéro police, date effet, date d'échéance, date de survenance, date de déclaration, la nature du sinistre) et pour la base production, une donnée est incohérente lorsque les informations suivantes ne sont pas renseignées : (numéro police, date effet, date d'échéance, date d'émission, prime émise)

- Incohérence des dates :

On dira qu'une date est incohérente pour la base sinistre lorsque : la date d'effet d'un contrat est supérieure à la date d'échéance, la date de survenance d'un sinistre est supérieure à la date de déclaration ou d'échéance ou encore antérieure la date d'effet.

Plusieurs autres traitements ont été réalisés.

Dans la suite de notre travail on fera l'hypothèse que les garanties mixtes seront considérés comme des garanties corporelles, en raison du montant plus élevé des sinistres corporels. La base sinistre sera donc scindée en deux : les sinistres matériels et les sinistres corporels.

2. Analyse de la fréquence du risque de sinistre

Pour faire cette analyse on regarde le nombre de sinistres par année de survenance et par exposition des contrats. La période d'observation va de 2016 à 2020 (cette période a été choisi en fonction de la disponibilité des données nécessaires pour notre analyse) et on fera l'analyse sur la base des SAP afin d'obtenir le nombre de sinistres et sur la base production par exposition des contrats.

Pour obtenir le nombre de sinistres survenus une année i , on observe le sinistre survenu en i et déclaré pendant l'année i , auquel on ajoute une estimation des sinistres survenus en i et non encore déclarés. Ces sinistres non encore déclarés seront appelés dans la suite les tardifs de déclaration. on se base sur le fait qu'un sinistre est identifié par son numéro sinistre. Par exemple en 2016, dans les SAP2016 on regarde ceux qui sont survenus en 2016 auxquels on ajoutera des tardifs estimés. Ainsi on a

$$(nbs\ survenu)_i = (nbs\ survenu\ et\ déclaré)_i + tardifs\ estimés.$$

Avec :

$(nbs\ survenu)_i$ = nombre de sinistre survenus l'année i

$(nbs\ survenu\ et\ déclaré)_i$ = nombre de sinistre survenu et déclaré l'année i

Pour on obtenir l'exposition, on la calcule à partir de la base production , tout en sachant que la période maximale de couverture pour la garantie RC Automobile est d'un an, on a :

$$(exposition)_i = \text{contrats souscrits en année } i - 1 \text{ sur une période débordant sur } i \\ + \text{contrats en année } i$$

Pour la responsabilité civile matérielle, on a :

Année de survenance	Nombre de sinistre	Exposition	Nombre de contrats	Fréquence
2016	378	15212,34	41847	0,025
2017	452	18615,66	51575	0,024
2018	468	23327,65	60179	0,02
2019	859	22580,49	48692	0,038
2020	753	12744,5	28458	0,059

TABLEAU 1..FREQUENCE SINISTRE RCM_AUTO

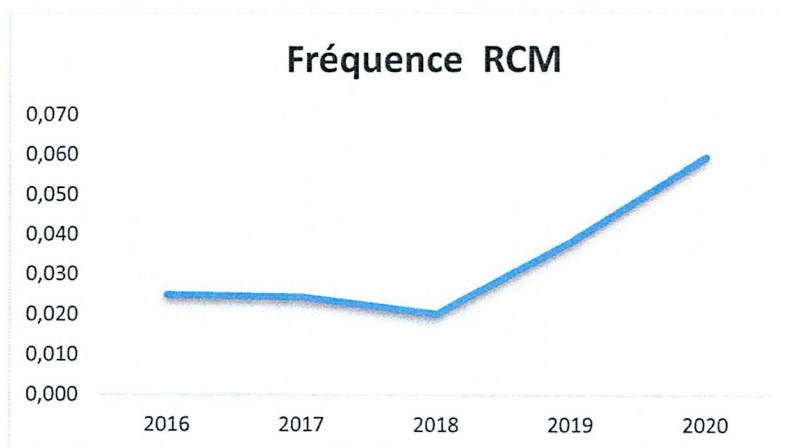


FIGURE 1..FREQUENCE SINISTRE RCM_AUTO

Pour la responsabilité civile Corporelle, on a :

Année de survenance	Nombre de sinistre	Exposition	Nombre de contrats	Fréquence
2016	148	15212,34	41847	0,01
2017	180	18615,66	51575	0,01
2018	251	23327,65	60179	0,011
2019	293	22580,49	48692	0,013
2020	229	12744,5	28458	0,018

TABLEAU 2..FREQUENCE SINISTRE RCC_AUTO

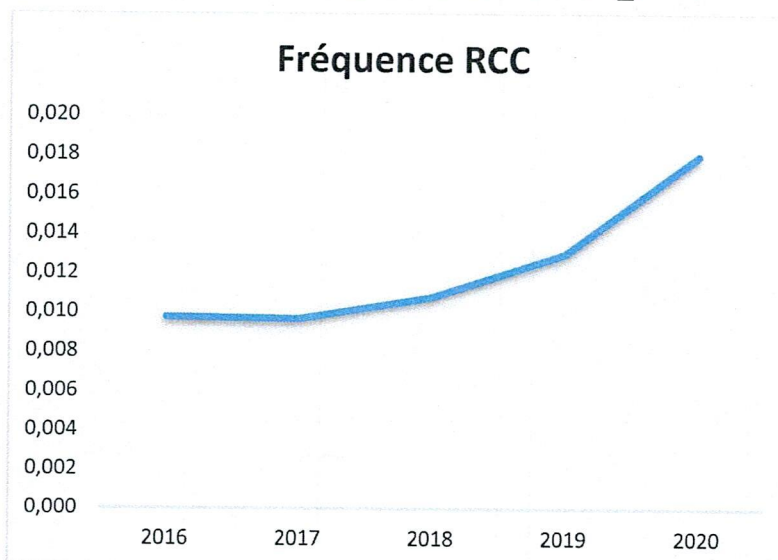


FIGURE 2..FREQUENCE SINISTRE RCC_AUTO

On observe entre 2016 et 2018 pour la branche RCM_Auto une légère décroissance et pour la branche RCC Corporelle légère croissance, à partir de 2019 on constate une évolution croissante de la fréquence. La forte fréquence observée en 2020 s'explique par une très forte diminution du nombre de contrats cette année-là. En effet en moyenne entre 2016 et 2018 on passe de 51200 contrats à 48692 en 2019 et 28458 en 2020. Cette diminution peut s'expliquer par l'application stricte de l'article 13 du code des assurances que l'on peut résumer en ses quelques mots : « Émission » = « Encaissement ». De ce fait tous ces courtiers ayant une moralité douteuse ont arrêté de rapporter des contrats. En effet la plupart des contrats automobiles étant apportés par des courtiers d'assurance, on a constaté au service production que ceux-ci ne versaient qu'en partie ou même pas les primes perçues des assurés.

On remarque également que la fréquence de la branche RCM_Auto est plus élevée que celle de la branche RCC_Auto.

3. Analyse du montant moyen des sinistres

Elle se fera comme pour la fréquence par exercice de survenance. Par exemple pour avoir le montant des sinistres survenus en année i on va sommer les paiements de l'année i aux SAP de l'année i auxquels on ajoutera pour tous les tardifs leurs paiements et leurs SAP. C'est-à-dire

$$Mt_i = \sum_{j=i}^k (SAP_i)_j + (paiement_i)_j + (estimation\ statistique)_i, i < k.$$

Avec $(SAP_i)_j = \text{sinistre restant à payer survenus en } i \text{ et déclarés en } j$

$(paiement_i)_j = \text{paiement des sinistres survenus en } i \text{ et déclarés en } j$

$Mt_i = \text{Montant des sinistres survenues en } i.$

Etant donné que notre analyse se fait entre 2016 et 2020, on a :

Pour la branche responsabilité civile matérielle :

Année de survenance	Nombre de sinistre	Charge sinistre	Coût moyen
2016	378	95 092 467	251 567
2017	452	129 463 882	286 564
2018	468	192 412 786	410 953
2019	859	207 585 559	241 544
2020	753	114 257 219	151 826

TABLEAU 3.COUT MOYEN RCM_AUTO

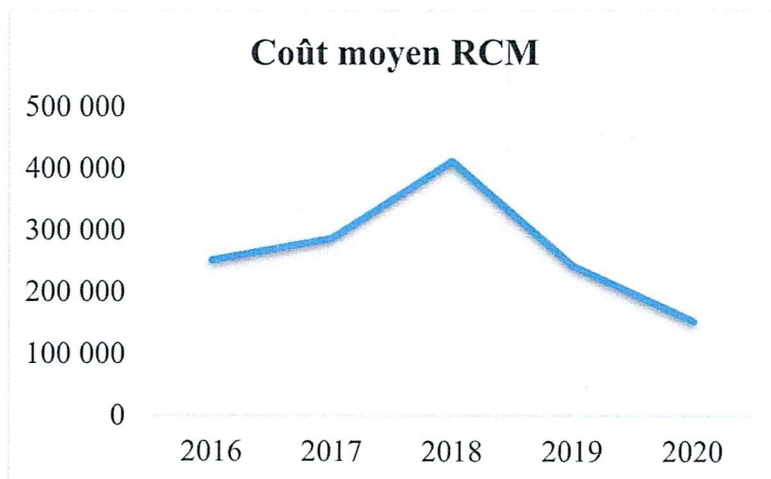


FIGURE 3.COÛT MOYEN RCM_AUTO

Pour la branche responsabilité civile corporelle on a :

Année de survenance	Nombre de sinistre	Charge sinistre	Coût moyen
2016	148	331 406 420	2 239 233
2017	180	480 155 837	2 672 858
2018	251	1 021 109 072	4 061 727
2019	293	1 034 315 781	3 526 890
2020	229	1 027 303 671	4 489 493

TABLEAU 4.COÛT MOYEN RCC_AUTO

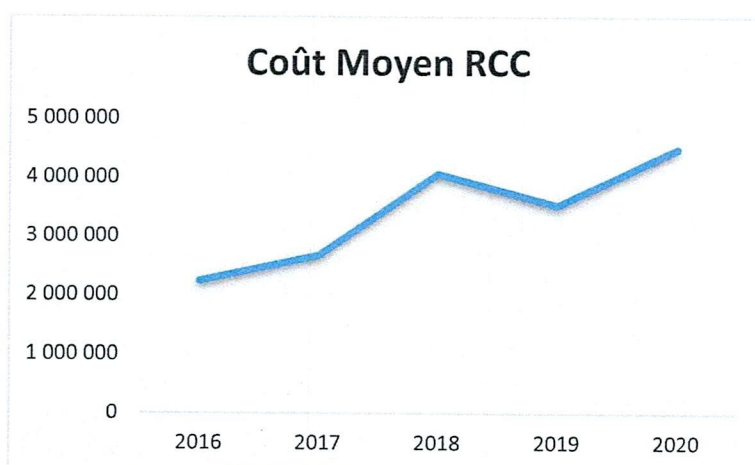


FIGURE 4.COÛT MOYEN RCC_AUTO

On remarque que malgré la faible fréquence de la garantie responsabilité civile corporelle celle-ci à un montant moyen très élevé par rapport la garantie responsabilité civile matérielle.

Conclusion : Ayant une base où les branches n'étaient pas séparées, après cette analyse il en ressort que la branche RCM_Auto bien qu'ayant une forte fréquence à un coût moyen très inférieur à la branche RCC_Auto qui avait une pourtant une faible fréquence. Ainsi donc il sera important de continuer à les séparer pour la suite de notre mémoire.

CHAPITRE II : ANALYSE DES AUTRES RISQUES

1. Fraude

La fraude est un véritable frein pour les compagnies d'assurance, et plus particulièrement sur les contrats automobiles. À cause du caractère obligatoire de la RC Auto, celle-ci en général représenter une grosse partie du portefeuille automobile. Malgré les dispositifs mis en place pour les détecter, en général la fraude reste un délit très délicat à démontrer.

a. Type de Fraude

On peut classer la fraude selon différents types :

- Fraude externe commise par l'assuré (Acte de fraude commis par les assurés et cherchant principalement à obtenir une indemnité induue, une surestimation de l'indemnité d'assurance ou une réduction illégitime de leurs primes d'assurance). Nous pouvons les distinguer principalement en trois : la fraude à la souscription, la fraude au sinistre et la fraude de multi-assurance.

La fraude à la souscription

Le code des assurances impose à l'assuré une déclaration sincère. C'est à partir de cette déclaration que l'assureur va déterminer la prime d'assurance en évaluant le risque. Il s'agit d'un formulaire de déclaration du risque sur lequel l'assuré donne toutes informations sur le bien à assurer. On différencie dans la déclaration mensongère deux types : intentionnelle et non intentionnelle. Le code des assurances à cet effet prévoit que dans les articles 18 et 19 : « *Indépendamment des causes ordinaires de nullité, et sous réserve des dispositions de l'article 80, le contrat d'assurance est nul en cas de réticence ou de fausse déclaration intentionnelle de la part de l'assuré, quand cette réticence ou cette fausse déclaration change l'objet du risque ou en diminue l'opinion pour l'assureur, alors même que le risque omis ou dénaturé par l'assuré a été sans influence sur le sinistre. Les primes payées demeurent alors acquises à l'assureur, qui a droit au paiement de toutes les primes échues à titre de dommages et intérêts. Les dispositions du second alinéa du présent article ne sont pas applicables aux assurances sur la vie.* ». « *L'omission ou la déclaration inexacte de la part de l'assuré dont la mauvaise foi n'est pas établie n'entraîne pas la nullité de l'assurance. Si elle est constatée avant tout sinistre, l'assureur a le droit soit de maintenir le contrat, moyennant une augmentation de prime acceptée par l'assuré, soit de résilier le contrat dix jours après notification adressée à l'assuré par lettre recommandée, en restituant la portion de la prime payée pour le temps où l'assurance ne court plus. Dans le cas où la constatation n'a lieu qu'après un sinistre, l'indemnité est réduite en proportion du taux des primes payées par rapport au taux des primes qui auraient été dues, si les risques avaient été complètement et exactement déclarés.* » Par conséquent, lorsque la fraude est intentionnelle, l'assureur doit démontrer la mauvaise foi de l'assuré pour annuler rétroactivement le contrat. Lorsque la fraude n'est pas intentionnelle, l'assureur payera en général en cas de sinistre un prorata correspondant au rapport de la prime payée sur la prime réelle.

$$\text{Montant indemnisé} = (\text{Montant initial de l'indemnité}) * \frac{\text{Primes payées}}{\text{Primes dues}}.$$

Le plus souvent la fraude n'est constatée qu'en cas de sinistre car la fraude n'est avérée que si une expertise du sinistre est effectuée.

Fraude au sinistre

Elle peut être décomposée de la manière suivante :

- Par exagération des montants par exemple la falsification des documents relatifs aux accidents de la circulation fournis à l'assureur au moment de confirmer la survenance d'un événement assuré afin d'augmenter le coût du sinistre.
- Planifier : l'assuré peut planifier un sinistre au profit d'un tiers. Par exemple les préjudices matériels subis aux tiers ne sont pas ceux issus du sinistre déclaré à l'assureur.
- Provoquer : l'assuré cause du tort à quelqu'un pour que celui-ci tire profit de la Responsabilité civile.
- Opportuniste : L'assuré déclare un accident ou un préjudice matériel de responsabilité civile qui s'est déroulé antérieurement à la date de déclaration.

Il est noté que l'on peut rencontrer plusieurs autres cas de fraude au sinistre. Cette liste n'est que quelques exemples parmi tant d'autres.

Fraude de multi-assurance

La fraude de multi-assurance est une fraude moins répandue et assez difficile à détecter. Elle consiste à souscrire à de multiples assurances afin de percevoir plusieurs indemnisations de sinistres.

La fraude en assurance augmente non seulement l'asymétrie de l'information existant déjà entre l'assuré et l'assureur mais elle oblige l'assureur à payer des sinistres aux dessus du montant réel ou encore à payer pour des sinistres inexistantes cela fait que l'assureur provisionne plus que leur sinistralité réelle. On peut également remarquer que ça n'affectera pas seulement l'assureur mais également les assurés honnêtes qui payeront une prime chère à cause de ceux-là.

- Fraude interne : Acte de fraude commis par le propriétaire ou un employé de la compagnie d'assurance. La composante « responsabilité civile » de l'assurance automobile étant obligatoire au Cameroun et son tarif a été établi à un plancher conforme aux normes actuarielles. Cependant, plusieurs acteurs du marché vendent ces produits à un prix inférieur pour attirer les clients. Non seulement il s'agit d'une concurrence déloyale, de facturation inférieure au prix réel, mais elle pose également des problèmes à long terme pour la santé financière des entreprises
- Fraude externe commise par des intermédiaires : Acte de fraude commis par des agents ou des courtiers d'assurance et visant principalement à obtenir des avantages indus (souvent la récupération d'une partie des primes d'assurance) en fournissant des informations erronées lors de la signature d'un contrat d'assurance avec l'assuré.
- Fraude externe de la part des prestataires de travaux, fournitures et services : les principales catégories de contreparties ciblées par ce type d'activité frauduleuse sont les partenaires de sociétés d'assurances (Garage, stations-service, les médecins conseils de la société).
- Fraude mixte : Acte de fraude qui combine des éléments de fraude interne avec des éléments de l'un des types de fraudes externes mentionnés précédemment.

Depuis quelques années l'une des fraudes les plus observées en RC Auto est la fraude mixte. En effet elle est caractérisée par l'utilisation des fausses attestations automobiles. Celle-ci serait à l'origine d'une perte d'au moins la moitié du chiffre d'affaires de cette branche.

Elle représente près de 35% des cas de fraude répertoriés.

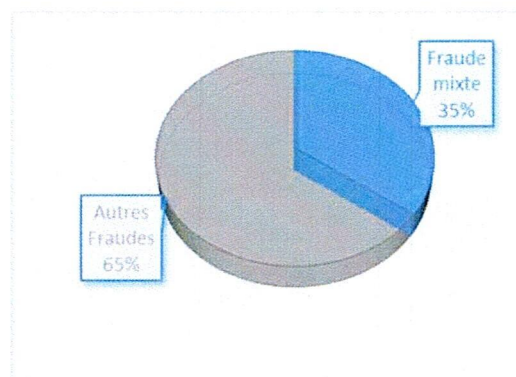


FIGURE 5. STATISTIQUES ESTIMEES DE LA FRAUDE MIXTE PAR RAPPORT AUX TYPES

b. Quelques éléments de lutte contre la fraude

Nous pouvons citer entre autre comme élément de lutte contre la fraude :

- Mise en place des mécanismes d'interaction avec les organismes de réglementation (par exemple avec la direction nationale des assurances) et les forces de l'ordre afin de renforcer l'efficacité des mesures de lutte contre la fraude.
- Coopération entre la police, les compagnies d'assurance et diverses institutions du marché de l'assurance en matière de prévention, de divulgation des données et de lutte contre la criminalité dans l'assurance à l'intention des représentants des forces de l'ordre, des autorités locales et nationale sur l'étendue de tout le territoire du pays en question. Par exemple Au Cameroun bien les nouvelles attestations ont été mises en places pour lutter contre la fraude dans certaine localité on constate que certaines autorités de contrôles ne le savent pas et continuent toujours de contrôler les anciennes attestations.
- Informer les assureurs de ses études, méthodologies et de la documentation technique disponible et dans ce sens procéder en commun à une réflexion sur le problème de la fraude à l'assurance et de tenir une documentation technique et statistique .
- Coordonner les enquêtes avec de multiples assureurs.
- Acquérir et restituer l'expérience déduite des enquêtes.
- Fournir une liste recensant tous les fraudeurs

PARTIE II : TYPES DE PROVISIONS ET MODELES ASSOCIES

Du fait que les provisions techniques constituent environ plus de 80% du passif des entreprises d'assurances et de réassurance, leur calcul se fait avec le maximum de précision possible présente un enjeu majeur pour la compagnie. Le code des assurances prescrit, aux sociétés d'assurances non vie, la tenue de plusieurs types de provisions techniques.

CHAPITRE III : PRESENTATION ET MODELES ASSOCIES

1. PSAP

1.1 Présentation

La provision pour sinistres à payer (PSAP) : représente la valeur estimée des dépenses d'indemnisation et des frais nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés ou non encore totalement payés. A la clôture de l'exercice, il reste des sinistres à payer. En effet, il existe toujours un délai plus ou moins long entre la date de survenance d'un sinistre et son paiement intégral. Au 31 décembre (date d'inventaire), l'assureur doit évaluer tous les sinistres survenus avant cette date et non encore payés, et constituer une provision inscrite au passif du bilan. L'évaluation de cette provision présente quelques difficultés car les sinistres ne sont pas forcément connus avec précision quant à leurs montants en fin d'année. Cette provision comprend :

- ❖ Les sinistres réglés mais restant à payer : il s'agit de sinistres dont le traitement ou l'instruction technique du dossier est achevé, mais le paiement effectif (remise de chèque) interviendra après le 31 décembre ;
- ❖ Les sinistres non techniquement réglés : Ce sont les sinistres dont le traitement du dossier est en cours, soit le montant de l'indemnité n'est pas définitivement connu, soit les pièces indispensables au règlement du dossier, prévus au contrat ne sont pas encore parvenus ;
- ❖ Les sinistres survenus non encore déclarés (Tardifs ou IBNR) : il s'agit des sinistres dont la société n'en a pas encore connaissance ; les modalités de leur estimation sont fixées par la circulaire 00230 de 2005 de la Commission Régionale de Contrôle des Assurances(CRCA).

1.2 Modèles associés

Les méthodes d'évaluation statistiques des provisions basées sur la connaissance des paiements de sinistres au fil du temps. En effet l'assureur paye généralement une partie de ses sinistres qui lui sont connus et le règlement intégral de ces sinistres peuvent se faire sur plusieurs années. On représente alors le règlement des sinistres sous forme d'un triangle dit triangle de liquidation

Dans cette section, les notations utilisées sont les suivantes :

- i = indice des années de survenance des sinistres ($i = 0, \dots, n$) ;
- j = indice des années de développement ou de déroulement ($j = 0, \dots, n$) ;

Triangle non cumulé

		Année de développement					
Année de survenance		0	1	...	j	...	J
	0	$Y_{0,0}$	$Y_{0,1}$		$Y_{0,j}$		$Y_{0,J}$
	1	$Y_{1,0}$	$Y_{1,1}$		$Y_{1,j}$		
	...						
	i	$Y_{i,0}$	$Y_{i,1}$				
	...						
	I	$Y_{I,0}$					

- Y_{ij} = Montant des règlements effectués l'année j et pour les sinistres survenus l'année i

Triangle cumulé

		Année de développement					
Année de survenance		0	1	...	j	...	J
	0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$		$C_{0,j}$		$C_{0,J}$
	1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$		$C_{1,j}$		
	...						
	i	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$				
	...						
	I	$C_{I,0}$					

- $C_{i,j}$ = Montant correspondant à la somme des règlements cumulés effectués de l'année i à l'année j et pour les sinistres survenus l'année i : $C_{i,j} = \sum_{k=0}^j Y_{i,k}$

Grâce aux méthodes de provisionnement l'intérêt est d'estimer le montant cumulé final des sinistres survenus pour chaque année de survenance $\hat{C}_{i,J}$ (Charge totale à l'ultime pour l'année de survenance i).

- R_i = Provision par exercice ;
- R = Montant total des réserves.

On considère que n comme égale nombre maximal d'années nécessaires pour clore un sinistre et le régler en totalité. Par conséquent $I=J=n$.

1.2.1 Méthodes déterministes

On distingue parmi tant d'autres les méthodes suivantes :

a. Chain Ladder

La méthode Chain Ladder est la méthode de provisionnement la plus simple et la plus utilisée. Ces méthodes s'appliquent à des triangles de paiements cumulés (ou de charges). Elles sont basées sur l'utilisation de facteurs de développements $(f_j)_{j \in \{0, \dots, n-1\}}$ ou implicitement supposées constants pour toutes les années d'origine.

❖ Hypothèses

Cette méthode s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- (H1) : Les années de survenance sont indépendantes entre elles.
- (H2) : La cadence de règlement dépend uniquement des années de développement.

C'est à dire l'hypothèse (H2) s'écrit : $\exists f_1, f_2, \dots, f_{n-1}$ tels que $C_{i,j+1} = f_j C_{i,j}$.

$$\text{Avec } f_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}}$$

La provision globale R est donnée par :

$$R = \sum_{i=0}^n R_i$$

❖ Validation des hypothèses du modèle

Les hypothèses du modèle de Chain Ladder standard peuvent être validées à travers :

- Le d-triangle pour la validation de (H1): C'est le triangle formé des facteurs individuels $(f_{i,j})$. L'hypothèse sous-jacente à cette méthode n'est acceptable que si les éléments de chaque colonne de ce triangle sont sensiblement constants ;
- CC-plots pour la validation de (H2) : C'est une méthode graphique. Sous l'hypothèse du modèle, pour une année de développement donné j, les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i \in \{0, \dots, n-j-1\}}$ sont « sensiblement » alignés par une droite passant par l'origine.

❖ Avantages et inconvénients

Comme vu précédemment quelques avantages du modèle de Chain Ladder sont sa simplicité à mettre en œuvre et le fait que pour l'appliquer on a juste besoin des paiements effectués pour les sinistres. Néanmoins pour les années récentes, l'incertitude est très importante et de plus en plus importante pour les risques à déroulement long ou les paiements commencent au bout de plusieurs années.

Afin de pallier au problème que peut relever la deuxième vérification, il existe d'autres méthodes qui dérivent de celle de Chain Ladder standard qu'on appelle méthode de Chain Ladder Pondéré.

b. Chain Ladder Pondéré

Cette méthode est une autre variante de la méthode de Chain Ladder, en effet le principe de calcul de la provision finale reste le même mais elle diffère au niveau du choix de facteurs.

Le facteur de développement f_j est égale à la moyenne pondérée des facteurs de développement individuels $f_{0j}, \dots, f_{n-j-1}$.

L'expression de f_j est donnée par :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{ij} f_{ij}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{ij}}$$

Où w_{ij} $_{i=0, \dots, n-j-1}$ sont des pondérations judicieusement choisis en fonction de la fiabilité et la volatilité des facteurs f_{ij} .

Plusieurs pondérations sont fréquemment utilisées. On peut avoir parmi entre autre :

- La moyenne empirique des f_{ij} : $w_{ij} = 1$

$$f_j = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} f_{ij}$$

- La moyenne des k derniers facteurs ou le dernier (on retient pour le calcul de la moyenne les k derniers f_{ij} ou le dernier qui est $f_j = f_{n-j-1,j}$).
- $w_{ij} = i + j - 1$
- $w_{ij} = (i + j - 1)^2$
- Pondération expert : l'estimation des facteurs de développement est réalisée en prenant en compte seulement les facteurs de développement individuels choisis par l'expert.

c. London Chain

Introduite par Benjamin et Eagles en 1986 pour le calcul des réserves au Lloyds, cette méthode donc l'ordonnée à l'origine n'est pas forcément nulle comme dans le cas du modèle de Chain Ladder.

❖ Hypothèses

Elle suppose un modèle de régression linéaire simple entre les paiements de deux périodes successives c'est-à-dire elle suppose l'existence,

pour j fixé, de paramètres (f_j, a_j) tels que pour $i = 0, \dots, n-j-1$: $C_{i,j+1} = f_j C_{i,j} + a_j$

S'il en est ainsi, les points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i \in \{0, \dots, n-j-1\}}$ sont sensiblement alignés.

❖ Estimations

Par analogie avec les techniques de régression simple, le couple de paramètres (f_j, a_j) est déterminé par moindres carrés, soit à minimiser :

$$\Delta_j = \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - a_j - f_j C_{i,j})^2$$

Les solutions s'obtiennent en résolvant le système d'équation des dérivées partielles :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta_j}{\partial f_j} = 0 \\ \frac{\partial \Delta_j}{\partial a_j} = 0 \end{cases}$$

Les expressions f_j et a_j estimées sont respectivement :

$$f_j^{LC} = \frac{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{ij} C_{i,j+1} - \bar{C}_j \bar{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{ij}^2 - \bar{C}_j^2}$$

$$a_j^{LC} = \bar{C}_{j+1} - f_j^{LC} \bar{C}_j$$

Avec :

$$\bar{C}_j = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{ij}$$

$$\bar{C}_{j+1} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}$$

Validation des hypothèses du modèle

La relation linéaire supposée par le modèle est vérifiable grâce à la représentation graphique des couples $(C_{i,j}; C_{i,j+1})$. En effet, de manière similaire à celui de Chain Ladder, les points doivent sensiblement être alignés selon une droite mais la contrainte d'ordonnée à l'origine comme à l'a dit précédemment n'est pas obligatoire. L'hypothèse selon laquelle l'ordonnée à l'origine est significativement différente de zéro est alors vérifiée grâce au test suivant :

$$\begin{cases} H_0 : a_j = 0 \text{ (l'ordonnée à l'origine n'est pas significative).} \\ H_1 : a_j \neq 0 \text{ (l'ordonnée à l'origine est significative).} \end{cases}$$

Soit $\hat{\varepsilon}_j$ la variable aléatoire des erreurs du modèle définie par :

$$\hat{\varepsilon}_j = \hat{C}_{i,j+1} - \hat{f}_j * \hat{C}_{i,j} - a_j^{LC}.$$

On suppose que ces erreurs suivent une loi normale centrée : pour tout $j \in \{1, \dots, n-1\}$, $\hat{\varepsilon}_j \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_j}^2)$. En tant que combinaison linéaire des $\hat{\varepsilon}_j$, les variables a_j^{LC} suivent aussi une loi normale de moyenne a_j et de variance :

$$Var(a_j^{LC}) = \sigma_{\varepsilon_j}^2 * \left(\frac{1}{n-j} + \frac{\bar{C}_j^2}{(n-j-1)Var(C_j)} \right).$$

La statistique de test de Student est déterminée comme suit :

$$T_j = \frac{a_j^{LC} - a_j}{\sqrt{\text{Var}(a_j^{LC})}}$$

Avec $a_j = 0$ sous l'hypothèse nulle.

Grâce à la normalité des résidus, nous savons que T_j suit une loi de Student à $(n-j-k)$ degrés de liberté. Pour chaque j et à un seuil α fixé, la détermination de la valeur critique $t_{\alpha, n-j-k}$ permet de définir la région critique (rejet du test) :

- Si $T_j(\text{obs}) \geq t_{\alpha, n-j-k}$ le test est significatif. Nous décidons de rejeter H_0 l'erreur commise égale à α , est dite de première espèce et représente le risque de rejeter à tort H_0 . Nous en concluons que l'ordonnée à l'origine est significativement différente de zéro au risque α .
- Si $T_j(\text{obs}) < t_{\alpha, n-j-k}$ le test n'est pas significatif. Nous ne rejetons pas H_0 , nous concluons que l'ordonnée à l'origine n'est pas significativement différente de zéro au risque β (qui représente le risque de rejet de H_0 alors que qu'elle est fausse).

On peut également utiliser la p-value. Par exemple pour valider le modèle à 95% dans le cas où la p-value associée à ce test est inférieure 5%.

Avantages et limites de la méthode

Elle est simple à mettre en œuvre, mais il se pose une difficulté d'interprétation du paramètre a_j . Un autre inconvénient est le risque de surparamétrisation qui entraîne des estimations peu robustes.

d. London Pivot

Proposé par E. Straub, ce modèle intermédiaire entre les modèles de Chain Ladder $C_{ij+1} = f_j C_{ij}$ et London Chain $C_{ij+1} = f_j C_{ij} + a_j$ suppose que, $j = 0, \dots, n-j-1$,

$$C_{ij+1} + a = f_j(C_{ij} + a), i = 0, \dots, n-j-1$$

Où le paramètre a est indépendant de j . et pourrait représenter les charges fixes, par exemple les frais de règlement des sinistres.

S'il en est ainsi $j = 0, \dots, n-2$, les points $(C_{ij}, C_{i,j+1})_{i \in (0, \dots, n-j-1)}$ sont « sensiblement » alignés sur des droites concourantes.

Avec les notations ci-dessus, leur point d'intersection est $(-a, -a)$ qualifié de point pivot. Dans la méthode de Chain Ladder, celui-ci est $(0,0)$.

Les $n+1$ paramètres $[(f_j)_{j=0, \dots, n-1}, a]$ sont estimés par les moindres carrés sur des données du triangle supérieur. D'où à minimiser :

$$\Delta_j = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} [(C_{i,j+1} + a) - f_j(C_{ij} + a)]^2$$

Ce problème, sans solution analytique, implique la mise en œuvre d'un algorithme itératif.

- **Avantage et inconvénient**

Bien qu'à priori séduisante puisque extension de Chain Ladder et moins paramétrée que London Chain ($n + 1$ au lieu de $2n$), cette méthode est limitée dans la pratique par sa lourdeur de mise en œuvre.

e. Modèle factoriel : De Vylder

Contrairement à la plupart des méthodes vues précédemment, la méthode De Vylder se basent sur le triangle de paiements incrémentaux. Elles posent l'hypothèse que les $Y_{i,j}$ se décomposent de la manière suivante : $Y_{i,j} = x_i y_j \lambda_{i+j}$ où :

- x_i représente le facteur année d'origine.
- y_j représente le facteur année de développement.
- λ_{i+j} représente le facteur année calendaire.

Cette méthode nécessite donc l'estimation de $3(n+1)$ paramètres. Les trois facteurs ne sont malheureusement pas identifiables sous cette forme, puisque les vecteurs $[(x_i), (y_j), (\lambda_{i+j})]$ et $[(ax_i), (\frac{y_j}{a}), (\lambda_{i+j})]$ conduisent aux mêmes valeurs. Dans la méthode factoriel de De Vylder le paramètre d'année calendaire peut être intégré dans les deux autres, c'est-à-dire poser l'hypothèse que l'inflation est constante : $\lambda_{i+j} = \lambda$

En ce cas, le paramètre d'inflation peut être « intégré » dans les autres paramètres et le modèle devient pour $(0 \leq i, j \leq n)$:

$$x_{ij} = x_i y_j$$

Afin de rendre les paramètres interprétables, on introduit une contrainte d'identifiabilité telle que :

$$\sum_{j=0}^n y_j = 1$$

Du fait qu'il n'y a pas unicité de solution, il faut donc fixer un paramètre. Ainsi, la charge ultime de l'année i vaut :

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = \sum_{j=0}^n x_i y_j = x_i \sum_{j=0}^n y_j = x_i$$

Cela implique que si x_i est la charge ultime de sinistre de l'année i , alors $y_j = \frac{x_{ij}}{x_i}$ est la part de cette charge au cours de la $j^{\text{ème}}$ année de développement.

Les paramètres sont estimés grâce à la méthode des moindres carrés, c'est-à-dire en minimisant

$$\Delta = \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^{n-j} w_{ij} (x_{ij} - x_i y_j)^2$$

Une fois que les paramètres sont estimés il faut également les rendre identifiables en les normalisant pour garantir l'unicité. Si on note (x_i) et (y_i) les solutions issues de la méthode des moindres carrés alors les solutions interprétables seront :

$$(\hat{x}_i) = (\sum_j y_j) x_i \text{ et } (\hat{y}_j) = \frac{x_j}{(\sum_j y_j)}$$

On déduit alors le montant des provisions rattachées à l'exercice i par la relation suivante :

$$\hat{R}_i = \sum_{k=n-i+1}^n \hat{x}_{ik}$$

Et

$$\hat{R} = \sum_{i=0}^n \hat{R}_i$$

Une validation empirique de ce modèle consiste à comparer les valeurs de notre triangle supérieur avec les $(\hat{Y}_{i,j})$ pour $i + j \leq n$.

1.2.2 Méthodes Stochastiques

Les méthodes déterministes présentent quelques limites notamment :

- Impossibilité d'obtenir une estimation de la loi de probabilité de la provision totale.
- Absence de calcul de la volatilité
- Impossibilité de mesurer l'incertitude sur l'estimation des provisions de sinistres

Pour faire face à ces défauts des méthodes stochastiques ont été créées. Ces méthodes supposent que les données utilisées sont considérées comme des variables aléatoires. L'approche stochastique permet ainsi de :

- Expliciter les hypothèses utilisées dans le modèle.
- Valider, au moins partiellement, celles-ci par une analyse des résidus.
- Évaluer la variabilité des provisions "prévues" par le modèle.
- Construire des intervalles de confiance.

Elles peuvent être séparées en deux catégories : des méthodes paramétriques (on estime des paramètres) et des méthodes non paramétriques. L'inconvénient de ces méthodes est qu'on ne peut pas appliquer de back testing car elles ne donnent que des provisions à l'ultime.

a. Modèle de Mack

La méthode paramétrique la plus connue est celle de Mack. Elle se base sur la méthode de Chain Ladder et permet d'estimer en plus de la provisions les erreurs commises.

Elle repose sur trois hypothèses :

- **(H₁) : Indépendance des exercices d'origine :**
Les variables aléatoires $(C_{ij})_{j=1,\dots,n}$ et $(C_{kj})_{j=1,\dots,n}$ sont, $i \neq k$ indépendants.
- **(H₂) : il existe une constante $f_j > 0$, telle que $\forall j = 0, \dots, n$, et $\forall i = 0, \dots, n$, $E(C_{i,j+1}/C_{i1,\dots}, C_{ij}) = f_j C_{ij}$**
- **(H₃) : pour $j = 1, \dots, n$ il existe σ_s^2 telle que :**
$$Var(C_{i,j+1}/C_{i1,\dots}, C_{ij}) = \sigma_s^2 C_{ij}, i = 1, \dots, n$$

Sous les hypothèses (H₁) et (H₂), Mack a montré que le modèle stochastique, fournit la même provision que par la méthode de Chain Ladder standard.

Sous ces même hypothèses, on peut affirmer que les estimateurs $\hat{f}_j$ sont sans biais et non corrélés. On écrit alors :

$$E(\hat{f}_j \hat{f}_{j+1} \dots \hat{f}_{k-1} \hat{f}_k) = f_j f_{j+1} \dots f_{k-1} f_k$$

On en déduit alors que : $\hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i+1} \hat{f}_{n+i+1} \dots \hat{f}_{n-1}$ est un estimateur sans biais et plus généralement $\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i+1} \hat{f}_{n+i+1} \dots \hat{f}_{j-1}$ est un estimateur sans biais.

De plus $\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - \hat{C}_{i,n-i+1}$ est un aussi estimateur sans biais.

Dans le troisième hypothèse, le paramètre σ_j est estimé avec la formule

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-k} Y_{ij} \left(\frac{Y_{i,j+1}}{Y_{i,j}} - f_j \right)^2 \text{ pour } 0 < j < n-1$$

Et

$$\widehat{\sigma}_j^2 = \min\left\{\frac{\sigma_{j-1}^4}{\sigma_{j-2}^2}, \min(\widehat{\sigma}_{j-2}^2, \widehat{\sigma}_{j-1}^2)\right\} \text{ pour } k = n-1$$

Cet estimateur est également sans biais.

Le modèle de Mack permet d'obtenir une formule qui donne la variance de la charge ultime. Celle-ci, permet de quantifier l'erreur de prédiction. On la note MSEP (Mean Square Error Prediction) :

$$MSEP(\hat{R}_i) = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2} \left[\frac{1}{\hat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{ik}} \right]$$

On définit l'erreur standard associée $se(R_i) = \sqrt{MSEP(\hat{R}_i)}$

Grâce à la relation $R = \sum_{k=0}^n (R_k)$ on déduit l'erreur de prédiction totale qui vaut :

$$MSEP(\hat{R}) = \sum_{i=0}^n (MSEP(R_i) + 2 \hat{C}_{i,n} \left(\sum_{k=i+1}^n \hat{C}_{k,n} \right) \hat{f}_j^2 \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2 \sum_{h=1}^{n-j} C_{hj}})$$

Une fois que l'erreur a été calculée, on peut créer des intervalles de confiance pour le montant de provisions.

b. Modèle linéaire généralisé (GLM)

Les modèles linéaires classiques supposent la normalité de la variable à expliquer par contre les modèles linéaires généralisés permettent de définir une classe de modèle plus vaste.

L'objectif d'un GLM n'est pas de modéliser simplement une variable mais de modéliser l'espérance de cette variable. Le GLM est composé de trois éléments :

- Une composante aléatoire, représentée par les variables à expliquer, $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$.
- Une composante déterministe, représentée par les vecteurs $X_1 = (X_{1,1}, \dots, X_{1,n}), \dots, X_p = (X_{p,1}, \dots, X_{p,n})$. Ils sont appelés vecteurs explicatifs.
- Une fonction de lien g , qui doit être strictement monotone et définie sur $\mathbb{R}$ tel que $g_n(E[Y] = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i X_i$ où g_n est la fonction définie de $\mathbb{R}_n$ sur $\mathbb{R}_n$ par $g_n(x_1, \dots, x_n) = (g(x_1), \dots, g(x_n))$.

En utilisant le GLM, on veut expliquer la moyenne comme une fonction des prédicteurs qui restitue le mieux possible la valeur de la réponse. Ainsi dans ce modèle Y suivra une loi de paramètre μ qui correspond à la moyenne de la variable aléatoire à expliquer, d'où

$$\mu = g^{-1}(X_0 \beta).$$

Dans les modèles linéaires généralisés, la variable aléatoire Y doit appartenir à la famille exponentielle, c'est-à-dire que sa densité doit se mettre sous la forme :

$$f(y, \theta, \varphi) = \exp\left(\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\varphi)} + c(y, \varphi)\right)$$

Avec

- y qui est une observation de Y , et qui appartient à un sous ensemble de $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{R}$.
- $\theta \in \mathbb{R}$ qui est le paramètre canonique.
- $\varphi \in \mathbb{R}$ qui est le paramètre de dispersion.
- a : une fonction définie sur les réelles et non nulle.
- b : une fonction définie sur les réelles et deux fois dérivable.
- c : une fonction définie sur $\mathbb{R}^2$ et deux fois dérivable.

On a alors dans ce cas :

$$E(Y) = b'(\theta) \text{ et } Var(Y) = b''(\theta)a(\varphi)$$

La famille exponentielle englobe de nombreuses lois telles que :

- Les lois gaussiennes.
- La loi binomiale.
- La loi Gamma.
- La loi de Poisson.

Dans le cas du provisionnement, les paiements incrémentaux correspondent à la composante aléatoire. Ils sont supposés indépendants et suivent une loi appartenant à la famille exponentielle.

La composante systématique :

$(X_1, \dots, X_p)$ sont les variables explicatives du modèle et $x = (x_1, \dots, x_p)$ une observation des dites variables.

Le prédicteur linéaire associé à ces observations est défini par : $\eta(x) = \sum_{i=1}^p x_i \beta_i$ où $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)$ est un vecteur de paramètres qui devront être estimés.

Dans le cas du provisionnement, la composante systématique s'écrit : $\forall i, j \in \{0, \dots, n\}, \eta_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j$ où α_i représente la variable année d'origine, β_j la variable délai de règlement et μ représente la variable année calendaire.

Avec contrainte d'identifiabilité du modèle $\alpha_0 = \beta_0 = 0$.

La fonction lien

Notons par $g(\cdot)$ une fonction qui fait le lien entre la composante aléatoire et la composante systématique. Elle relie l'espérance de la variable à expliquer Y , notée μ_{ij} , au prédicteur linéaire η défini par : $\eta_{ij} = g(\mu_{ij})$.

On suppose que g est une fonction monotone et dérivable. Les plus utilisées sont : identité $\eta_{ij} = \mu_{ij}$, $\log \eta_{ij} = \ln \mu_{ij}$ et inverse $\eta_{ij} = \mu_{ij}^{-1}$.

La fonction lien qui vérifie la relation $\mu_{ij} = g^{-1}(\eta_{ij})$ ou $\eta_{ij} = g(\mu_{ij})$ est appelée fonction de lien canonique. Les fonctions de lien canonique des différentes distributions sont :

- Normale : Identité μ_{ij}
- Poisson : logarithme népérien $\ln \mu_{ij}$
- Gamma : Inverse $-\frac{1}{\mu_{ij}}$
- Binomiale : Logit $\ln\left(\frac{\mu_{ij}}{1-\mu_{ij}}\right)$

On définit alors :

- $\mu_{ij} = g^{-1}(\eta_{ij})$
- $E[Y_{i,j}] = \mu_{ij}$

Estimation du modèle

L'estimation des paramètres $\mu, (\alpha_i), (\beta_j)$ se fait par la maximisation de la fonction de vraisemblance, résoluble numériquement par les algorithmes standards de Newton-Raphson. L'estimation de l'espérance μ_{ij} de la variable aléatoire $Y_{i,j}$ est alors donnée par l'expression :

$\hat{\mu}_{ij} = g^{-1}(\hat{\eta}_{ij})$ avec $\hat{\eta}_{ij} = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j$ où $\hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j$ sont les estimateurs de μ, α_i, β_j respectivement.

- $\hat{\mu}_{ij}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance (emv) de $E[Y_{i,j}] = \mu_{ij}$

Si on pose $\widehat{Y}_{i,j} = \hat{\mu}_{ij} = g^{-1}(\hat{\eta}_{ij})$ alors un prédicteur de $Y_{i,j}$, pour $i + j - 1 > n$.

Les provisions par année de survenance i : $R_i = \sum_{i+j-1 > n} Y_{i,j}$ et la provision totale :

$R = \sum_i R_i$ peuvent être prédites respectivement par :

$$\hat{R}_i = \sum_{i+j-1 > n} \hat{Y}_{i,j} = \sum_{i+j-1 > n} \hat{\mu}_{i,j}$$

Et par $R = \sum_i \hat{R}_i = \sum_i \sum_{i+j-1 > n} \hat{\mu}_{i,j}$.

Dans le cas de ce mémoire, nous allons nous intéresser au modèle de Renshaw et Verrall. Ce modèle suppose que les variables $Y_{i,j}$ désignant les règlements de sinistres d'année de survenance i et d'année de développement j , soient indépendantes et suivent une loi de poisson de paramètres μ_{ij} . Renshaw et Verrall ont montré que les règlements futurs correspondent exactement à ceux trouvés en utilisant la méthode Chain Ladder classique.

Ce modèle peut se résumer ainsi :

$$\begin{cases} Y_{i,j} \text{ indépendant } \forall ij = 1, \dots, n \\ Y_{i,j} \sim P(\mu_{i,j}) \\ \mu_{i,j} = \exp(\mu + \alpha_i + \beta_j) \end{cases}$$

c. Approche non paramétrique : Le bootstrap

Il s'agit la méthode non paramétrique la plus connue. Elle a pour objectif d'étudier la variabilité d'un estimateur dans un contexte non paramétrique. C'est une méthode d'échantillonnage basé sur le principe suivant :

On considère une variable aléatoire donc la fonction de répartition, notée F est inconnue. On dispose d'un échantillon de $X(X_1, \dots, X_n)$ iid.

Un estimateur sans biais et convergent de $F(x)$ est donnée par la fonction de répartition empirique :

$$F(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{]-\infty, x]}(X_i)$$

On souhaite estimer le paramètre $\pi(F)$ et on note l'estimateur $T_n = T(X_1, \dots, X_n)$.

Un échantillon bootstrap est n -échantillon de la fonction de répartition F_n noté $X^* = (X^*_1, \dots, X^*_n)$ obtenu par tirage avec remise de la réalisation de X , telle que $P(X^*_i = X_j) = \frac{1}{n}$ pour $j = 1, \dots, n$.

En pratique, on obtient une réalisation $x^* = (x^*_1, \dots, x^*_n)$ en effectuant un tirage avec remise d'éléments dans l'échantillon initial $(x_1, \dots, x_n)$.

$T(X^*_1, \dots, X^*_n)$ est une réplique bootstrap de T_n .

L'application de la méthode du bootstrap se décompose en plusieurs étapes :

- Dans un premier temps, on applique la méthode de Chain Ladder standard sur le triangle de paiements cumulés pour obtenir les facteurs de développement

- A partir des facteurs de développement et de la diagonale de notre triangle de paiements, on reconstruit la partie supérieure du triangle, pour obtenir un triangle de paiements cumulés prédits dont nous noterons $\hat{C}_{i,j}$.
- On décumule le triangle initial et le triangle prédit.
- On construit le triangle des résidus de Pearson dont les termes $r_{i,j}$ seront calculés avec la

$$\text{formule } r_{i,j} = \frac{x_{i,j} - \hat{x}_{i,j}}{\sqrt{\hat{x}_{i,j}}}.$$

- On réalise n ré-échantillonnage du triangle des résidus. On obtient alors n nouveaux triangles.
- A partir de ces nouveaux triangles, on reconstruit les triangles incrémentaux avec la formule :

$$X_{i,j}^{(k)} = r_{i,j}^{(k)} \sqrt{\hat{x}_{i,j}} + \hat{x}_{i,j}$$

- On applique la méthode de Chain Ladder sur les nouveaux triangles.
- On obtient alors un échantillon de n valeurs de réserves.

2. Autres provisions : présentation et modèles associés

2.1 Provision Mathématique de rentes

Le code des assurances définit la provision mathématique comme étant la valeur actuelle des engagements de l'entreprise en ce qui concerne les rentes et accessoires de rentes mis à sa charge. Les sinistres graves peuvent amener l'assureur à servir des rentes. Ces rentes sont destinées à payer les frais récurrents de l'assuré sinistré comme l'assistance de tierces personnes. Pour chaque sinistre l'assureur calcule une provision mathématique comme en assurance vie.

2.2 PREC

La Provision pour Risque En Cours(PREC) est destinée à couvrir les risques et les frais généraux afférents, pour chacun des contrats à prime payable d'avance, à la période comprise entre la date de l'inventaire et la prochaine échéance de prime, ou à défaut, le terme fixé par le contrat. Le montant minimal de la provision pour risques en cours doit être calculé conformément aux dispositions des articles 334-10 et 334-11 du code des assurances. Les modalités de calcul sont fixées par le code à l'article 334-10. Les principes généraux sont les suivants :

- Le calcul de la PREC n'utilise que les primes payables d'avance. Les primes à terme échu sont exclues du calcul.
- les primes ou cotisations payables d'avance y compris les accessoires et coûts des polices.
- Le calcul doit être effectué séparément dans chacune des branches.
- La provision doit être suffisante pour couvrir les risques et les frais généraux.

Et pour le calcul il peut se faire de deux façons :

Le montant de la provision pour risques en cours est égal à 36 % multiplié par les primes inventoriées et non annulées à la date de l'inventaire suivantes :

- primes ou cotisations à échéance annuelle émises au cours de l'exercice ;
- primes ou cotisations à échéance semestrielle émises au cours du deuxième semestre ;
- primes ou cotisations à échéance trimestrielle émises au cours du dernier trimestre
- primes ou cotisations à échéance mensuelle émises au cours du mois de décembre.
- primes ou cotisations à terme échu sont exclues du calcul. Les primes ou cotisations payables d'avance s'entendent y compris les accessoires et coûts des polices.

On le calcul aussi via la règle du prorata temporis : en cas d'inégale répartition des échéances de primes, la provision est alors égale à la portion de la prime non courue multipliée par un coefficient égal à $Max(72\%; \frac{FG}{2} + \frac{S}{P})$.

Le code étant prudent, le montant retenu est le maximum entre les deux méthodes.

CHAPITRE IV : ILLUSTRATIONS D'UN PROVISIONNEMENT GLOBAL (PSAP)

1. Analyse et Traitement des données

Comme décrit dans la partie I nous avons pour la base sinistre : base des SAP et la base de paiements. La description des différents éléments de la base a été faite plus haut. Nous travaillons sur une base brute de recours et nette de réassurance.

Comme pour toutes bases de données nous avons effectué plusieurs traitements.

2. Statistiques descriptives

Dans cette section nous ferons une analyse descriptive des différentes bases de données. L'idée étant d'avoir une institution afin de mieux justifier les résultats de la modélisation.

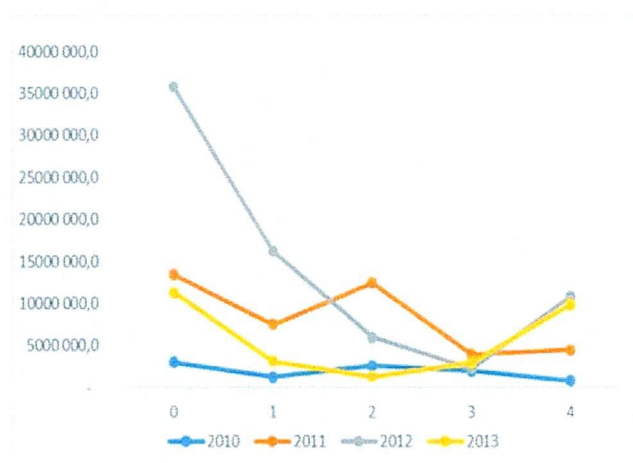


FIGURE 6. ECART DE REGLEMENTS NON CUMULES ENTRE 2010 ET 2013 RCM_AUTO PAR EXERCICE DE SURVENANCE

Exercice survenance	Ecart_type
2010	801 246
2011	3 910 291
2012	11 744 863
2013	4 019 772

TABLEAU 5. ECART TYPE DES ECARTS DE REGLEMENTS NON CUMULES ENTRE 2010 ET 2013 RCM_AUTO PAR EXERCICE DE SURVENANCE

L'analyse des écarts de règlement par exercice de survenance révèle une forte volatilité pour les règlements de sinistres survenus en 2012. Contrairement aux règlements pour les sinistres survenus

en 2010, 2011 et 2013. Cette forte variabilité pourrait introduire un biais dans l'estimation des cadences de règlement de sinistres entraînant de grandes majorations des provisions

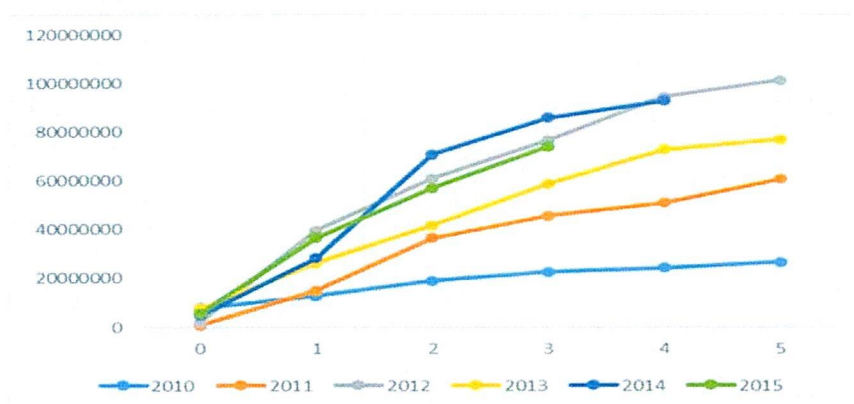


FIGURE 7. REPRESENTATION GRAPHIQUE DE REGLEMENTS CUMULES RCM_AUTO

Les pentes très faibles observées dans l'évolution des règlements cumulés par exercice de survenance indiquent probablement les retards dans les paiements.

Tableau représentant la description de la base sinistre RCM_Auto par année d'exercice.

Année Exercice	Provisions Dossier	Règlement RCM
2010	30 730 083	30 506 708
2011	73 355 908	73 355 908
2012	134 680 540	133 974 535
2013	85 473 106	84 679 228
2014	99 339 224	96 506 766
2015	90 025 061	82 302 485
2016	149 506 390	89 519 422
2017	163 014 039	109 983 093
2018	199 216 797	112 684 411
2019	177 958 294	82 306 192
2020	141 511 057	5 205 843

TABLEAU 6. DESCRIPTION DE LA BASE RCM_AUTO PAR EXERCICE DE SURVENANCE

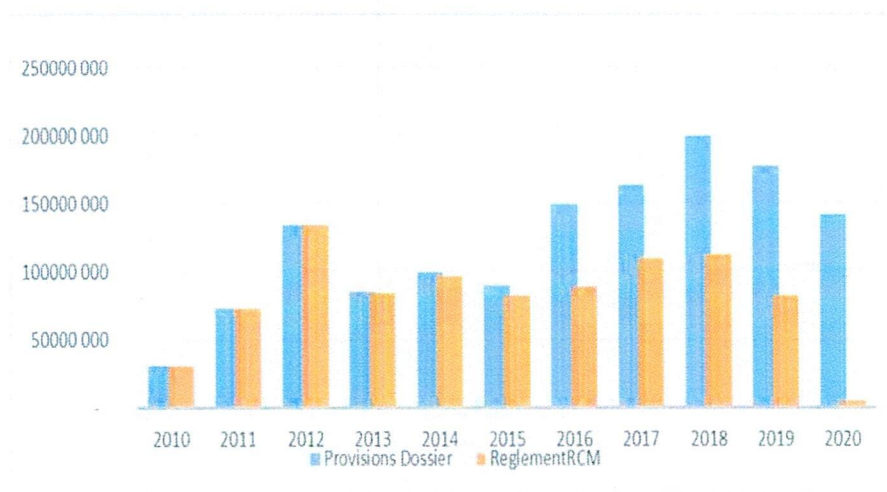


FIGURE 8.EVOLUTION DES REGLEMENTS ET DES PROVISIONS RCM_AUTO PAR ANNEE D'EXERCICE

Contrairement aux attentes, la figure ci-dessus montre que les règlements sont inférieurs aux provisions faites pour la branche RCM_Auto. Ceci pourrait être dû à des retard dans les paiements de sinistre. A cause de ce retard accusé dans les paiements il y'aura un rattrapage à faire pour les années à venir ce qui pourra considérablement sur nos méthodes de provisionnement.

Tableau représentant la description de la base sinistre RCC_Auto par exercice de survenance

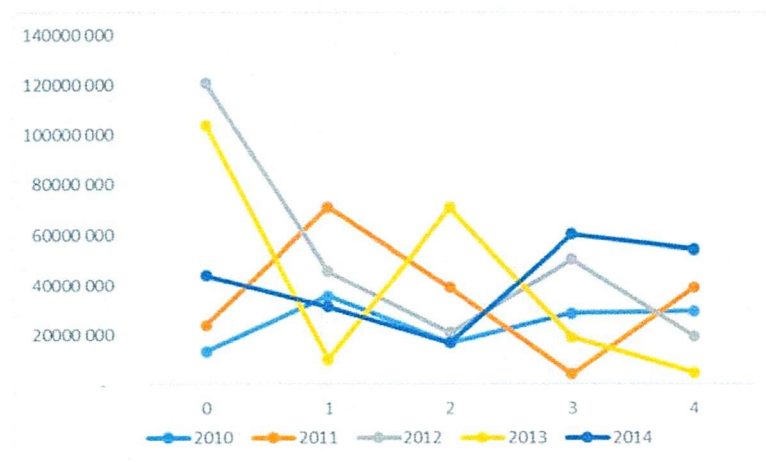


FIGURE 9.ECART DE REGLEMENTS NON CUMULES ENTRE 2010 ET 2013 RCC_AUTO PAR EXERCICE DE SURVENANCE

Année de survenance	Ecart type
2010	8 376 956
2011	21 958 035
2012	36 971 158
2013	39 098 901
2014	15 726 649

TABEAU 7.ECART DE REGLEMENTS NON CUMULES ENTRE 2010 ET 2013 RCC_AUTO PAR EXERCICE DE SURVENANCE

L'analyse des écarts de règlement par exercice de survenance révèle une forte volatilité pour les règlements de sinistres survenus en 2012 et en 2013. Contrairement aux règlements pour les sinistres survenus en 2010, 2011 et 2014. Cette forte variabilité pourrait introduire un biais dans l'estimation des cadences de règlement de sinistres entraînant de grandes majorations des provisions



FIGURE 10. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE RÈGLEMENTS CUMULÉS RCC_AUTO

Les pentes très faibles observées dans l'évolution des règlements cumulés par exercice de survenance indiquent probablement les retards dans les paiements.

Année Exercice	Provisions Dossier	Règlement RCC
2010	201 610 236	196 759 236
2011	467 806 430	430 756 430
2012	896 286 852	754 159 710
2013	615 410 345	502 062 497
2014	505 479 713	430 816 124
2015	599 410 744	471 154 239
2016	649 119 544	423 339 285
2017	528 861 114	303 716 806
2018	770 391 640	411 238 095
2019	733 575 803	286 702 433

TABEAU 8. DESCRIPTION DE LA BASE RCC_AUTO PAR ANNÉE D'EXERCICE

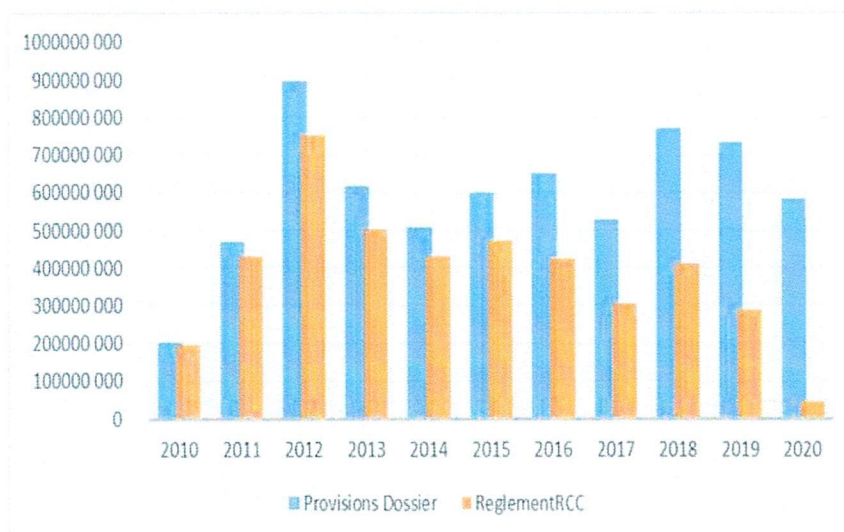


FIGURE 11.EVOLUTION DES REGLEMENTS ET DES PROVISIONS RCC_AUTO PAR EXERCICE DE SURVENANCE

Pour les règlements de la base RCC_Auto comparés aux provisions on constate qu'ils sont au-dessus. Ce qui semble cohérent car cette branche prend un plus de temps en général pour être réglée. On se serait attendu même à une très grande différence mais à cause de l'hypothèse faite plus haut (la nature du sinistre reste corporelle dès le moment où une garantie corporelle a été touchée) cela est un peu différent.

3. Application des méthodes à notre base de données

a. Méthode déterministe

Afin de pouvoir comparer les résultats de toutes les méthodes, nous avons décidé d'afficher tous les résultats en même temps dans un tableau récapitulatif à la fin de la partie. Néanmoins pour chaque méthode utilisée nous présenterons les provisions par exercice et la provision globale.

Pour mettre en place ces méthodes, nous avons utilisé le logiciel Excel. Dans le fichier, nous entrons le triangle des paiements incrémentaux dans un onglet. Ensuite, nous obtenons le triangle des paiements cumulés qui est construit ainsi que les réserves calculées pour chaque année d'origine et enfin les graphes de validation de la méthode. Enfin, les facteurs de développement sont calculés. Voici quatre premiers graphes des $(C_{i,j}; C_{i,j+1})$ sur les différentes branches :

Branche RCM

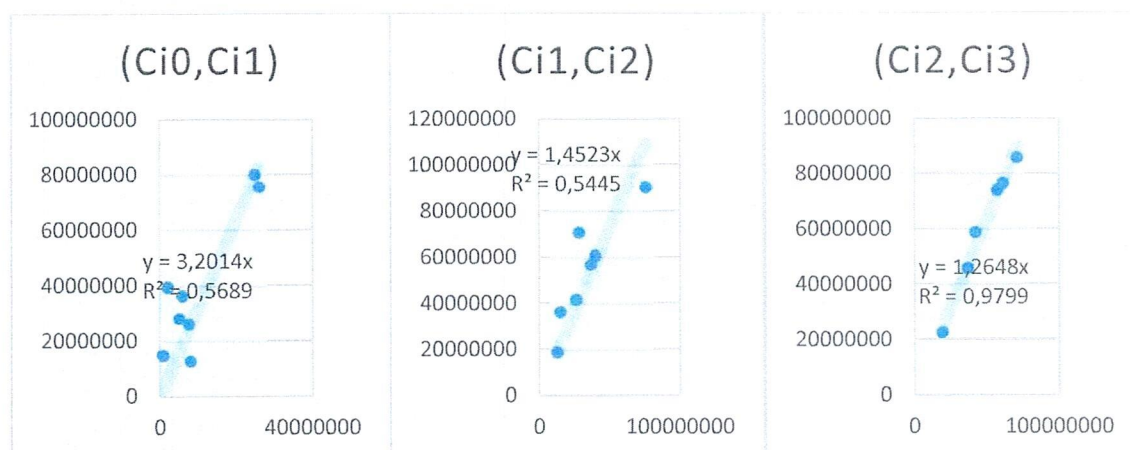


FIGURE 12. VALIDATION DE L'HYPOTHESE DE PROPORTIONNALITE BASE RCM_AUTO

On constate que pour $j = 0$ les points ne sont pas alignés, ce pendant à partir de $j = 1$, ils commencent à s'aligner. On peut dire que l'hypothèse 1 n'est pas totalement vérifiée.

Branche RCC :

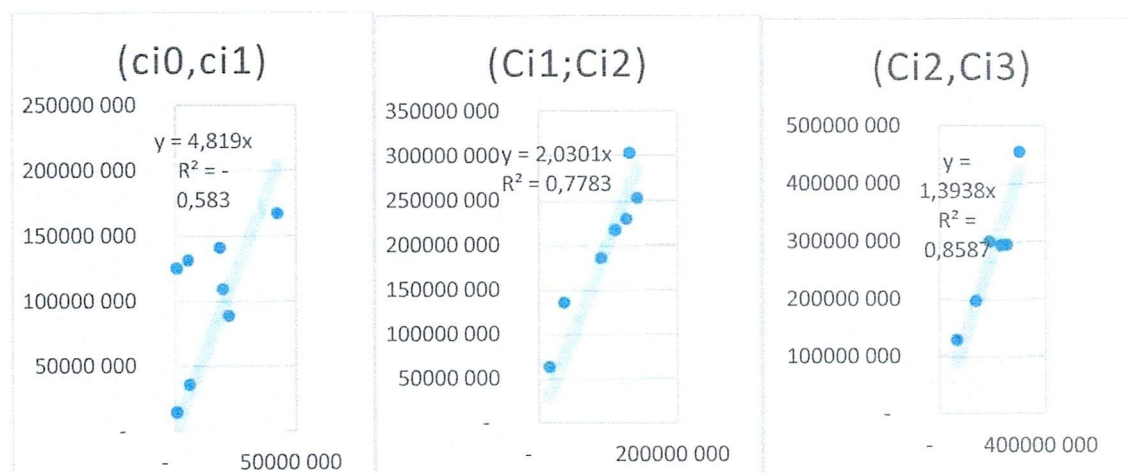


FIGURE 13. VALIDATION DE L'HYPOTHESE DE PROPORTIONNALITE BASE RCC_AUTO

On constate que pour $j = 0$, $j = 1$ et $j = 2$ les points sont partiellement alignés. On peut conclure que l'hypothèse 1 n'est pas totalement vérifiée.

Conclusion : On ne peut donc pas valider totalement l'hypothèse de proportionnalité pour les différentes branches.

Nous allons également vérifier l'hypothèse d'indépendance qui repose sur l'utilisation du d-triangle. Ce dernier n'est autre qu'un tableau triangulaire formé des coefficients de passage déjà définis. Pour être plus précise, notre objectif est de calculer sur chaque colonne du d- tableau que l'on va définir, quelques statistiques basiques, à savoir le minimum (Min), le maximum (Max), la moyenne (m), l'écart- type (σ) et le coefficient de variation (cv).

L'idéal serait de pouvoir affirmer avoir une volatilité très faible grâce à un cv décroissant et insignifiant.

Branche RCM

0	1	2	3	4	5	6	7
1,623	1,481	1,187	1,069	1,100	1,105	1,020	1,015
19,388	2,449	1,252	1,115	1,192	1,093	1,052	
20,667	1,543	1,253	1,232	1,074	1,009		
3,505	1,596	1,405	1,237	1,056			
5,658	2,509	1,212	1,080				
6,420	1,562	1,297					
2,924	1,197						
3,247							

TABLEAU 9.D-TRIANGLES DES REGLEMENTS RCM_AUTO

Min	1,623	1,197	1,187	1,069	1,056	1,009	1,020	1,015
Max	20,667	2,509	1,405	1,237	1,192	1,105	1,052	1,015
Moyenne	7,929	1,762	1,268	1,147	1,106	1,069	1,036	1,015
σ	7,135	0,470	0,071	0,073	0,052	0,043	0,016	0,000
Cv	0,900	0,266	0,056	0,064	0,047	0,040	0,015	0,000

TABLEAU 10.STATISTIQUES D-TRIANGLES RCM_AUTO

Le coefficient de corrélation commence à tendre vers 0 à partir de la troisième année et il continue à diminuer jusqu'à atteindre la valeur 0. Par conséquent, l'indépendance des facteurs de développement est presque vérifiée.

Le tableau ci-dessous représente les facteurs de développement et les cadences des règlements pour une année de développement j donnée.

j	0	1	2	3	4	5	6	7
Facteurs F_j	3,961	1,611	1,270	1,157	1,096	1,050	1,042	1,015
Cadence C_j	8,77%	34,73%	55,96%	71,04%	82,18%	90,09%	94,57%	98,53%

TABLEAU 11.FACTEURS DE DEVELOPPEMENT ET CADENCES DES REGLEMENTS DE LA BASE RCM_AUTO SUR LE TRIANGLE DE REGLEMENT

On constate que les facteurs de développement convergent vers 1 pas aussi rapidement à ce qu'on s'attendrait dans la branche « responsabilité civile matérielle automobile », en effet dans cette branche les sinistres se règlent assez vite. Les cadences de règlements sont très faibles les premières années. Nous pouvons donc conclure que dans la branche « responsabilité civile matérielle automobile », les sinistres se règlent très lentement.

Calcul de la provision R_i pour une année d'exercice i : Ces facteurs de développement nous permettent de compléter la partie inférieure du triangle des règlements cumulés, d'obtenir la provision R_i pour une année d'exercice i donnée et également la provision globale.

Année	Charges ultimes	Provision Ri
2010	30 427 083	-
2011	71 013 454	1 044 999
2012	108 131 010	5 871 804
2013	85 356 359	8 456 143
2014	112 890 048	20 115 179
2015	104 267 753	30 197 675
2016	161 788 391	71 257 519
2017	230 892 844	150 699 683
2018	348 483 072	317 927 100
Total	1 253 250 013	605 570 101

TABEAU 12. PROVISIONS *Ri* DE LA BASE RCM_AUTO POUR UNE ANNEE D'EXERCICE I SUR LE TRIANGLE DES REGLEMENTS

La méthode de Chain Ladder standard pour la garantie RCM_AUTO nous donne un montant total de la provision pour sinistres à payer (PSAP) de **605 570 101**

Branche RCC :

0	1	2	3	4	5	6	7
24,579	4,412	2,035	1,288	1,047	1,018	1,024	1,047
6,010	3,821	1,452	1,291	1,072	1,504	1,019	
24,636	2,305	1,498	1,221	1,146	1,056		
7,619	1,798	1,165	1,205	1,183			
3,975	2,103	1,614	1,180				
188,280	1,837	1,277					
5,540	1,990						
3,967							

TABEAU 13..D-TRIANGLES DES REGLEMENTS RCC_AUTO

Le tableau des statistiques sur lesquelles nous allons nous baser pour vérifier la véracité de l'hypothèse d'indépendance est le suivant :

Min	3,967	1,798	1,165	1,180	1,047	1,018	1,019	1,047
Max	188,280	4,412	2,035	1,291	1,183	1,504	1,024	1,047
Moyenne	33,076	2,610	1,507	1,237	1,112	1,193	1,022	1,047
σ	59,229	0,979	0,278	0,045	0,055	0,221	0,003	0,000
cv	1,791	0,375	0,184	0,036	0,049	0,185	0,003	0,000

TABEAU 14. FACTEURS DE DEVELOPPEMENT ET CADENCES DES REGLEMENTS DE LA BASE RCC_AUTO SUR LE TRIANGLE DE REGLEMENT

Comme pour la branche RCM, le coefficient de corrélation commence à tendre vers 0 à partir de la troisième année et il continue à diminuer jusqu'à atteindre la valeur 0. Par conséquent, l'indépendance des facteurs de développement est presque vérifiée.

. Le tableau ci-dessous représente les facteurs de développement et les cadences des règlements pour une année de développement j donnée.

j	0	1	2	3	4	5	6	7
Facteurs F_j	7,058	2,154	1,425	1,225	1,130	1,163	1,021	1,047
Cadence	3,74%	20,26%	40,65%	56,96%	70,47%	78,39%	93,49%	95,53%

TABEAU 15. FACTEURS DE DEVELOPPEMENT ET CADENCES DES REGLEMENTS DE LA BASE RCC_AUTO SUR LE TRIANGLE DE REGLEMENT

On constate que les cadences des règlements sont faibles les premières années. Nous pouvons donc dire que dans la branche « responsabilité civile corporelle automobile », les sinistres se règlent très lentement. Ce qui est le plus souvent vérifié pour cette branche. Ainsi l'indépendance des facteurs de développement n'est pas totalement vérifiée.

Calcul de la provision R_i pour une année d'exercice i et la provision globale : Ces facteurs de développement nous permettent de compléter la partie inférieure du triangle des règlements cumulés, d'obtenir la provision R_i pour une année d'exercice i donnée et également la provision globale

Année	Charges ultimes	Provision R_i
2010	191 703 428	-
2011	440 879 131	19 704 093
2012	717 838 377	46 086 897
2013	524 033 429	102 349 251
2014	499 075 288	143 534 744
2015	506 402 684	211 961 451
2016	533 798 258	315 984 763
2017	883 746 244	716 317 933
2018	1 706 876 638	1 661 056 937
Total	6 004 353 477	3 216 996 069

TABEAU 16. PROVISIONS R_i DE LA BASE RCC_AUTO POUR UNE ANNEE D'EXERCICE i SUR LE TRIANGLE DES REGLEMENTS

La méthode de Chain Ladder standard pour la garantie RCC_Auto nous donne un montant total de la provision pour sinistres à payer (PSAP) de **3 216 996 069**.

Nous appliquons ensuite les méthodes de Chain Ladder pondérées. Après avoir étudié le triangle des facteurs de développement f_{ij} nous avons décidé de prendre les pondérations suivantes :

- $f_{ij} = \text{derniers facteurs}$: la méthode de dernier facteur a été choisi à cause de la nouvelle politique de gestion de sinistre de la compagnie depuis 2018. On pourrait croire que pour les années à suivre la cadence de règlements sera pratiquement la même.
- Pondération selon l'avis d'un expert : Pour obtenir les facteurs de développements on utilise les facteurs de développement individuel peu représentatifs afin qu'ils ne biaisent pas l'estimation du facteur de développement et ainsi que l'on puisse se « ramener » sous les hypothèses Chain-Ladder.

Tableau récapitulatif des facteurs pour les pondérations choisies.

j	0	1	2	3	4	5	6	7
Standard	3,961	1,611	1,270	1,157	1,096	1,050	1,042	1,015
Dernier facteur	3,247	1,197	1,297	1,080	1,056	1,009	1,052	1,015
Pondération exp	2,825	1,476	1,254	1,144	1,087	1,093	1,036	1,015

**TABLEAU 17.FACTEURS DE DEVELOPPEMENT POUR LES METHODES DE CHAIN LADDER
BRANCHE RCM_AUTO**

On a des facteurs assez volatiles pour les trois méthodes mais pour la pondération du dernier facteur, les facteurs se rapprochent vraiment de 1 à partir du troisième exercice.

Calcul de la provision R_i pour une année d'exercice i et la provision globale :

- Avec le Dernier facteur

Année	Charges ultimes	Provision R_i
2010	30 427 083	0
2011	71 013 454	1044999
2012	109 135 447	6876241
2013	82 831 435	5931219
2014	105 573 639	12798770
2015	91 073 471	17003393
2016	144 417 675	53886803
2017	153 188 783	72995622
2018	189 519 122	158963150
Total	977 180 109	329 500 197

**TABLEAU 18.PROVISIONS R_i DE LA BASE RCM_AUTO POUR UNE ANNEE D'EXERCICE i SUR
LE TRIANGLE DES REGLEMENTS**

La méthode de Chain Ladder Pondéré avec pour pondération le dernier facteur pour la garantie RCM_Auto nous donne un montant total de la provision pour sinistres à payer (PSAP) de **329 500 197**

- Pondération de l'expert noté Pondération exp, on a :

Année	Charges ultimes	Provision Ri
2010	30 427 083	0
2011	71 013 454	1044999
2012	107 496 314	5237108
2013	88 334 761	11434545
2014	115 866 878	23092009
2015	105 825 908	31755830
2016	162 162 538	71631666
2017	211 968 422	131775261
2018	228 157 494	197601522
Total	1 121 252 852	473 572 940

TABLEAU 19. PROVISIONS *Ri* DE LA BASE RCM_AUTO POUR UNE ANNEE D'EXERCICE I SUR LE TRIANGLE DES REGLEMENTS

La méthode de Chain Ladder Pondéré avec pour pondération celle de l'expert pour la garantie RCM_Auto nous donne un montant total de la provision pour sinistres à payer (PSAP) de **473 572 940**.

j	0	1	2	3	4	5	6	7
Standard	7,058	2,154	1,425	1,225	1,130	1,163	1,021	1,047
Dernier facteur	3,967	1,990	1,277	1,180	1,183	1,056	1,019	1,047
Pondération exp	5,422	2,007	1,401	1,237	1,112	1,193	1,022	1,047

TABLEAU 20. FACTEURS DE DEVELOPPEMENT POUR LES METHODES DE CHAIN LADDER BRANCHE RCC_AUTO

On constate que pour les méthodes de Chain Ladder standard et Pondération de l'expert on a des facteurs assez volatiles par rapport la pondération du dernier facteur.

Calcul de la provision *Ri* pour une année d'exercice i et la provision globale :

- Avec le Dernier facteur.

Année	Charges ultimes	Provision Ri
2010	191 703 428	-
2011	440 879 131	19 704 093
2012	716 752 104	45 000 624
2013	474 952 409	53 268 231
2014	473 935 123	118 394 579
2015	463 309 620	168 868 387
2016	437 661 694	219 848 199
2017	669 439 678	502 011 367
2018	726 727 702	680 908 001
Total	4 595 360 891	1 808 003 483

TABEAU 21. PROVISIONS Ri DE LA BASE RCC_AUTO POUR UNE ANNEE D'EXERCICE I SUR LE TRIANGLE DES REGLEMENTS

La méthode de Chain Ladder Pondéré avec pour pondération le dernier facteur pour la garantie RCC_Auto nous donne un montant total de la provision pour sinistres à payer (PSAP) de **1 808 003 483**

- Pondération de l'expert noté Pondération exp

Année	Charges ultimes	Provision Ri
2010	191 703 428	-
2011	440 879 131	19 704 093
2012	718 550 614	46 799 134
2013	537 936 385	116 252 207
2014	504 505 419	148 964 875
2015	516 898 172	222 456 939
2016	535 783 270	317 969 775
2017	826 478 243	659 049 932
2018	1 226 367 741	1 180 548 040
Total	5 499 102 404	2 711 744 996

TABEAU 22.. PROVISIONS Ri DE LA BASE RCC_AUTO POUR UNE ANNEE D'EXERCICE I SUR LE TRIANGLE DES REGLEMENTS

La méthode de Chain Ladder Pondéré avec pour pondération le dernier facteur pour la garantie RCC_Auto nous donne un montant total de la provision pour sinistres à payer (PSAP) de **2 711 744 996**

Si lors de la première validation de la méthode de Chain Ladder(Standard et Pondéré), on obtient des lignes droites qui ne passent pas par l'origine, on pourrait penser à une existence d'une relation affine entre (C_{ij}, C_{ij+1}) : C'est le cas des méthodes autorégressives. Dans le cadre de notre étude on utilisera parmi les méthodes autorégressives la méthode de London Chain. On obtient pour la méthode de London Chain les facteurs suivants :

Pour la branche RCM :

j	0	1	2	3	4	5	6
fj	2,31	0,99	1,23	1,17	1,04	0,97	1,08
aj	16352045,35	20873181,34	1981879,19	-498938,52	3495430,69	4862443,17	-1663060,17

TABLEAU 23.FACTEURS DE DEVELOPPEMENT POUR LA METHODE DE LONDON CHAIN POUR LA BASE RCM_AUTO

Les estimations des valeurs des ordonnées à l'origine sont non nulles pour les six périmètres. L'hypothèse d'une relation affine entre les exercices de développement est donc fondée.

On obtient comme provision ***Ri*** pour une année d'exercice i et comme provision globale **R**,

Année	Charges ultimes	Provision Ri
2010	30 427 083	-
2011	71 013 454	1044999
2012	110 041 558	7782352
2013	85 330 260	8430044
2014	109 713 874	16939005
2015	102 047 940	27977862
2016	152 316 376	61785504
2017	167 285 924	87092763
2018	177 895 639	147339667
Total	1 006 072 108	358 392 196

TABLEAU 24.PROVISIONS *Ri* DE LA BASE RCM_AUTO POUR UNE ANNEE D'EXERCICE I SUR LE TRIANGLE DES REGLEMENTS

La méthode de London Chain pour la garantie RCM_Auto nous donne un montant total de la provision pour sinistres à payer (PSAP) de **358 392 196 .**

Pour le branche RCC

j	0	1	2	3	4	5	6
fj	2,19	1,52	1,20	1,18	1,20	0,97	1,02
aj	70243202,27	58209721,49	43934999,04	13655879,67	-23710416,85	68297031,69	1611838,33

TABLEAU 25.FACTEURS DE DEVELOPPEMENT POUR LA METHODE DE LONDON CHAIN POUR LA BASE RCC_AUTO

Année	Charges ultimes	Provision Ri
2010	191703428	0
2011	440879131	19704093
2012	715696337	43944857
2013	511008617	89324439
2014	491804826	136264282
2015	497161665	202720432
2016	513248100	295434605
2017	680905846	513477535
2018	688912123	643092422
Total	4 731 320 073	1 943 962 665

TABLEAU 26. PROVISIONS *Ri* DE LA BASE RCC_AUTO POUR UNE ANNEE D'EXERCICE I SUR LE TRIANGLE DES REGLEMENTS

La méthode de London Chain pour la garantie RCC_Auto nous donne un montant total de la provision pour sinistres à payer (PSAP) de **1 943 962 665 .**

Récapitulatif de nos différentes méthodes

Méthodes utilisées	Branche RCM_Auto	Branche RCC_Auto
Chain Ladder Standard	605 570 101	3 216 996 069
Chain Ladder Pondéré ¹	329 500 197	1 808 003 483
Chain Ladder Pond_expert	473 572 940	2 711 744 996
London Chain	358 392 196	1 943 962 665

TABLEAU 27. RECAPITULATIF DES DIFFERENTES PROVISIONS SUIVANTS LES DIFFERENTES METHODES SELON LES DEUX BRANCHES

On constate que pour la branche RCM_Auto comme pour la branche RCC_Auto la provision la plus élevée est celle de Chain Ladder. En effet ayant des facteurs de développement élevés pour les premières années (dû probablement au retard dans les paiements), le caractère multiplicatif de la méthode augmente la provision. Les provisions les moins élevées sont celle de Chain Ladder pondéré par le dernier facteur et celle de London Chain.

Voici quelques caractéristiques de ces quatre estimations :

Méthodes utilisées	Branche RCM_Auto	Branche RCC_Auto
Provision Moyenne	441 758 858,47	2 420 176 803,30
Ecart type	108 855 714,60	574 775 833,12
CV	24,64%	23,75%

TABLEAU 28. STATISTIQUE SUR LES DIFFERENTES PROVISIONS

On constate que le coefficient de variation est de 24,64% pour la branche RCM_Auto et 23,75% pour la branche RCC_Auto ce qui semble assez grand, il serait intéressant de trouver un moyen vérifier

laquelle de méthode donne des montants assez proche de nos données
C'est l'objet de la partie suivante.

b. Vérification des méthodes déterministes

Afin de vérifier la robustesse des méthodes déterministes, nous avons mis en place des Back-testing. Ayant appliqué nos méthodes de 2010 à 2018, nous allons comparer les provisions estimées de 2019 et 2020 à partir de celles-ci, et les comparer aux règlements réels pour ces années.

Année	2019		2020	
Réel	128 614 678		40 457 055	
	Estimation	Ecart	Estimation	Ecart
Standard	193 582 123	50,51%	145 088 858	258,62%
Dernier facteur	129 645 069	0,80%	68 639 254	69,66%
Pondération_exp	147 465 184	14,66%	108 755 501	168,82%
London Chain	127 669 567	-0,73%	77 706 932	92,07%

TABLEAU 29.BACK TESTING SUR LA BRANCHE RCM_AUTO

On constate que pour 2019 aucune méthode ne donne un écart supérieur à 100% néanmoins pour 2020 les méthodes de Chain Ladder et celle de Chain Ladder Pondéré (pondération par un expert) donne un écart de plus de 100%.

Année	2019		2020	
Réel	612 433 458		338 668 920	
	Estimation	Ecart	Estimation	Ecart
Standard	778 082 511	27,05%	750 726 007	121,67%
Dernier facteur	536 488 425	-12,40%	450 184 680	32,93%
Pondération_exp	683 941 828	11,68%	617 497 407	82,33%
London Chain	560 302 380	-8,51%	469 019 859	38,49%

TABLEAU 30.BACK TESTING SUR LA BRANCHE RCC_AUTO

On constate que pour 2019 aucune méthode ne donne un écart supérieur à 100% néanmoins pour 2020 les méthodes de Chain Ladder donne un écart de plus de 100%.

Conclusion

Ces résultats nous permettent de dire que la survenance des sinistres étant aléatoire, on peut provisionner correctement un exercice et réaliser une mauvaise estimation à l'exercice suivant. Ainsi, la méthode de back testing sur deux exercices possède des limites.

c. Méthode Stochastique

Les modèles déterministes ne permettent pas d'évaluer et de quantifier l'incertitude dans les résultats obtenus en provisionnement. Toutefois, on peut mettre en place des méthodes dites stochastiques pour résoudre ce problème. Nous commencerons par présenter les résultats du modèle de Mack ensuite du GLM et enfin du bootstrap.

Modèle de Mack

Nous allons vérifier tout d'abord les hypothèses du modèle de Mack. Comme vu plus haut il y'en a trois, les deux premières ont été vérifiées plus haut. Bien qu'elles n'étaient pas totalement vérifiées nous allons faire tout de même le test de l'hypothèse trois, calculer la provision et les erreurs.

Afin de vérifier la troisième hypothèse, on représente le graphique des résidus standardisés. En utilisant le logiciel R on obtient :

Branche RCM_Auto

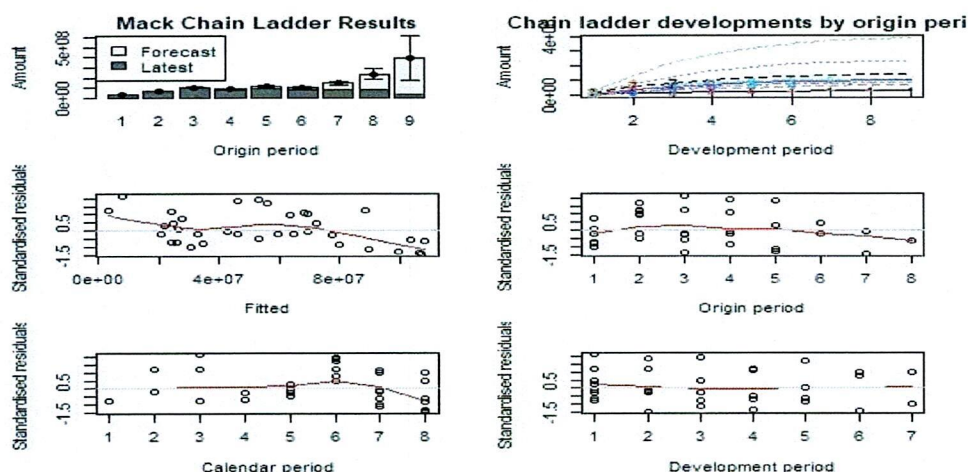


FIGURE 14. RESULTAT DU MODELE DE MACK EN UTILISANT LE LOGICIEL R BRANCHE RCM_AUTO

Branche RCC_Auto

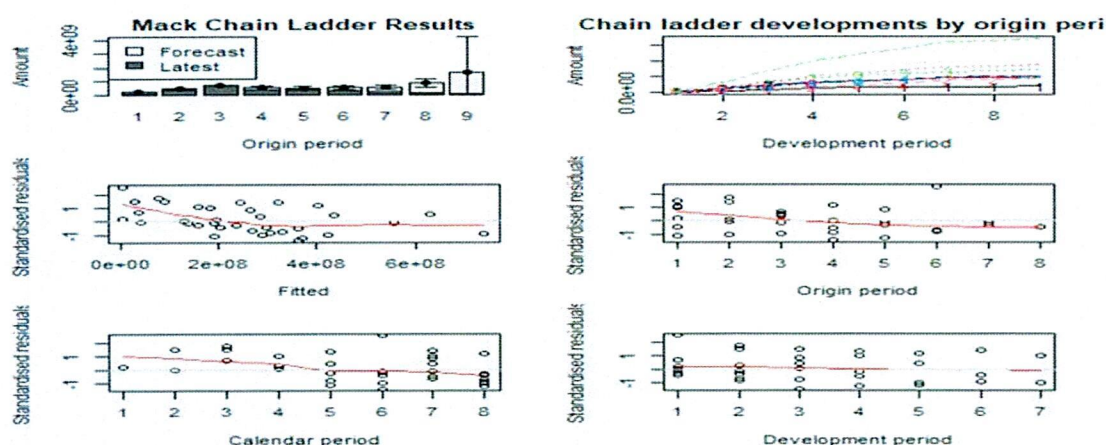


FIGURE 15. RESULTAT DU MODELE DE MACK EN UTILISANT LE LOGICIEL R BRANCHE RCC_AUTO

On constate que les graphiques des résidus ne font apparaître aucune structure non aléatoire

On peut conclure que l'hypothèse trois est vérifiée pour les deux branches.

Branche	IBNR	SE	Déviante
RCM_Auto	605 570 101	240 432 639,55	37%
RCC_Auto	3 216 996 069	2 629 639 070,93	46%

TABLEAU 31. RESULTAT DE MACK SUR LES DIFFERENTES BRANCHES

Ayant des déviations très éloignées de 1 (déviante du cas optimal) on peut dire que l'estimation avec le modèle de Mack n'est pas adaptée à nos données.

Modèle GLM : Poisson

Branche	IBNR	SE
RCC_Auto	605 570 101	197 000 000
RCC_Auto	3 216 996 069	1 780 000 000

TABLEAU 32. RESULTAT DU GLM POISSON SUR LES DIFFERENTES BRANCHES

Modèle Bootstrap

- Bootstrap Log normal

Branche	IBNR	SE
RCM_Auto	676 000 000	256 462 000
RCC_Auto	3 600 000 000	2 330 000 000

TABLEAU 33. RESULTAT DU BOOTSTRAP SUR LES DIFFERENTES BRANCHES

On constate que les erreurs des différentes méthodes sont très élevées. Ainsi pour évaluer l'impact de la méthode de provisionnement on utilisera uniquement les résultats des méthodes déterministes.

**PARTIE III : IMPACT DE LA METHODE DE PROVISIONNEMENT
POUR UNE COMPAGNIE**

CHAPITRE V : IMPACT SUR LA SOLVABILITE D'UNE COMPAGNIE

Les provisions représentent les engagements de l'assureur envers les assurés. Elles doivent être calculées de manière prudente, mais rien ne peut garantir absolument qu'elles seront suffisantes à régler les engagements. De façon générale, les capitaux propres ont vocation à absorber les chocs exceptionnels que l'on ne peut intégrer de façon raisonnée dans le calcul des provisions. Il faut donc prévoir la détention d'un certain montant de ressources supplémentaires, pouvant servir de « matelas » en cas de provisions insuffisantes. Il s'agit de s'assurer que la société d'assurance dispose de fonds propres suffisants pour soutenir son activité et faire face aux imprévus inhérents à l'opération d'assurance :

- insuffisance des tarifs résultant de frais généraux plus importants ou d'une fréquence plus importante de sinistres que celle ayant servi à établir le tarif ;
- dépréciation des placements par suite de circonstances imprévues telles qu'une crise économique.
- insuffisances des provisions techniques par suite d'une inflation, de la survenance d'un sinistre exceptionnel, d'une hausse de la base d'évaluation du sinistre comme SMIG en automobile par exemple.
- Réassurance défectueuse.

L'objectif est d'avoir pour chaque compagnie :

Valeur réelle des actifs > Valeur comptable des passifs + Exigence de marge.

Les éléments caractéristiques de la marge de solvabilité qui permettent de déterminer le niveau de solvabilité d'une compagnie sont : la marge constituée et l'exigence de marge.

On utilise souvent comme indicateur le taux de couverture de la marge, qui correspond à :

$$\tau = \frac{\text{Marge constituée}}{\text{Exigence de marge}}$$

Si $\tau \geq 1$, on dit que la société couvre son exigence de marge. Dans le cas contraire, elle ne couvre pas.

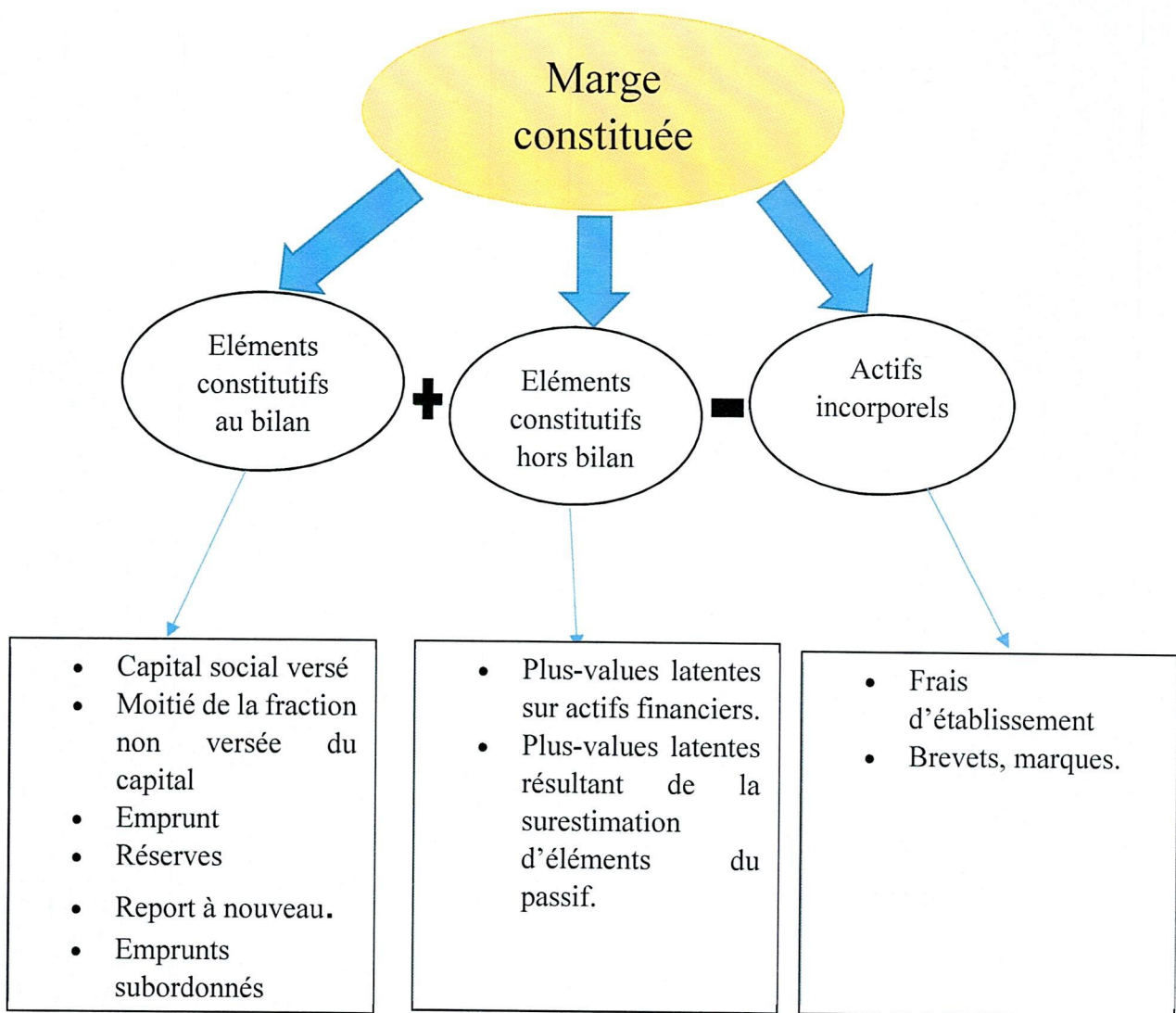
Pour obtenir la marge constituée, on somme les éléments constitutifs au bilan et les éléments constitutifs hors bilan auxquels on enlève les actifs incorporels (frais d'établissements, logiciels, etc.). Les éléments admis en couverture au bilan sont les suivants :

- Capital social versé ou fonds d'établissement constitué.
- Moitié de la fraction non versée du capital ou part restant à rembourser de l'emprunt pour fonds d'établissement
- Emprunt ou les emprunts pour fonds social complémentaire
- Réserves de toute dénomination, réglementaires ou libres, ne correspondant pas à des engagements.

- Les bénéfices reportés (= report à nouveau).
- Les fonds encaissés provenant de l'émission d'emprunt subordonnés (ils doivent vérifier certaines conditions listées à l'article 330-33 bis).

Ceux admis en couverture et hors bilan sont :

- Plus-values latentes sur actifs financiers (relevant de 335-11 comme de 335-12).
- Plus-values latentes résultant de la surestimation d'éléments du passif.



Le calcul de la marge de solvabilité minimale diffère selon la nature de l'activité de la société.

1. Présentation de la méthode

Toute entreprise soumise au contrôle en vertu de l'article 300 du code des assurances doit justifier de l'existence d'une marge de solvabilité suffisante, relative à l'ensemble de ses activités (article 337-2 du code des assurances). On appelle **exigence minimale de marge de solvabilité** la richesse minimale dont doit disposer une société pour faire face aux aléas (sinistres exceptionnels). Etant donné que le risque croît avec l'activité, l'exigence de marge doit le faire également. Pour cela donc en assurance non vie, pour la déterminer on utilise deux méthodes l'une basée sur le chiffre d'affaires et l'autre basée sur la sinistralité.

On se place à l'inventaire au 31 décembre de l'année N.

- **Première méthode** (calcul par rapport aux primes)

On considère le montant total des primes directes ou acceptées en réassurance émises au cours de l'exercice et nettes d'annulations qu'on multiplie par 20 % et on applique le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des sinistres demeurant à la charge de l'entreprise après cession et rétrocession en réassurance et le montant des sinistres bruts de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 %.

Si on note

$$C_{\text{réass}_{\text{IARD}}} = \text{Sinistres nets N} / \text{Sinistres bruts N}$$

Alors l'exigence de marge de solvabilité pour la première méthode notée :

$$EMS1 = 20\% \times \text{primes émises} \times \max(C_{\text{réass}_{\text{IARD}}}, 50\%)$$

- **Deuxième méthode** (calcul par rapport à la charge moyenne annuelle des sinistres)

Le calcul se fait en utilisant les données des trois précédents exercices : N, (N-1) et (N-2). Au total des sinistres payés pour les affaires directes au cours des trois derniers exercices, sans déduction des sinistres à la charge des cessionnaires et rétrocessionnaires, sont ajoutés, d'une part, les sinistres payés au titre des acceptations en réassurance ou en rétrocession au cours des mêmes exercices, d'autre part, les provisions pour sinistres à payer constituées à la fin du dernier exercice, tant pour les affaires directes que pour les acceptations en réassurance. De cette somme sont déduits, d'une part, les recours encaissés au cours des trois derniers exercices, d'autre part, les provisions pour sinistres à payer constituées au commencement du deuxième exercice précédant le dernier exercice, tant pour les affaires directes que pour les acceptations en réassurance. Il est appliqué un pourcentage de 25 % au tiers du montant ainsi obtenu. Le résultat déterminé par application de la deuxième méthode est obtenu en multipliant le montant calculé à l'alinéa précédent par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des sinistres demeurant à la charge de l'entreprise après cession en réassurance et le montant des sinistres brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50 %.

Si on note

S_k = les sommes payées au titre des sinistres bruts (affaires directes et acceptations) payés durant l'exercice k

R_k = les recours encaissés à l'exercice k,

Alors l'exigence de marge de solvabilité pour la deuxième méthode notée :

$$EMS2 = 25\% * \left(\frac{1}{3} (S_{N-2} - R_{N-2} + S_{N-1} - R_{N-1} + S_N - R_N + PSAP(fin\ N) - PSAP(début\ N - 2)) \right) * \max(C_{réass_IARD}, 50\%)$$

Le principe de prudence demande que le montant maximal obtenu par les deux précédentes méthodes soit retenu. Ainsi donc si on note EMS l'exigence de marge minimale alors :

$$EMS = \max(EMS1, EMS2)$$

2. Application

Le tableau ci-après est celui contenant l'exigence de marge suivant la méthode de primes

Primes émises*max(C_(réass_IARD),50%)	2 197 999 115
Taux	20%
EMS1	439 599 823

TABLEAU 34. CALCUL EXIGENCE DE MARGE MINIMALE PREMIERE METHODE

Le tableau ci-après est celui contenant l'exigence de marge suivant la méthode de sinistres : elle repose sur la sinistralité des trois derniers exercices comptables.

Méthode	Chain Ladder	Pondéré1	Pondéré exp	London Chain
Sinistre	1 241 901 340	1 241 901 340	1 241 901 340	1 241 901 340
PSAP(fin(N))	971 664 634	666 133 609	831 407 012	687 971 947
PSAP(début(N-2))	750 680 850	465 856 465	690 850 647	560 450 680
EMS2	256 004 897	252 381 235	241 930 098	239 648 956

TABLEAU 35. CALCUL EXIGENCE DE MARGE MINIMALE DEUXIEME METHODE

On constate que pour toutes les différentes provisions, la première méthode est celle qui donne l'exigence de marge minimal.

Conclusion :

On constate que la méthode de calcul de l'exigence de marge minimale est telle que définie par le code des assurances impacte peu le niveau de prudence dans le calcul des provisions car la partie sinistralité porte sur trois ans (ce qui est assez long). L'impact peut s'avérer important si la provision faite en clôture (N) est significativement plus élevée que la provision d'ouverture (N-2). Cela peut se faire si par exemple on a une forte évolution du portefeuille.

Le réel impact d'un provisionnement très prudent se trouve au niveau de la marge constituée à cause des éléments permettant le calcul de celle-ci.

CONCLUSION

L'objectif de ce mémoire était de décrire précisément les différentes provisions techniques, leurs méthodes de calculs, et de présenter l'impact de la méthode de provisionnement sur la solvabilité d'une société d'assurance. Disposant des données d'un portefeuille responsabilité civile automobile d'une compagnie, nous avons analysé d'abord les risques liés à cette garantie. Nous avons eu l'occasion de réétudier les méthodes de provisionnement classiques, et avons pu comparer les différents résultats par le biais d'un back testing qui est la comparaison entre les provisions estimées et les observations réelles. Ceci nous a permis de mettre en avant les disparités des réserves estimées.

Les nombreux intervenants sur les problématiques de provisionnement prouvent l'importance de ce sujet. On retrouve entre autres au sein d'une compagnie les gestionnaires sinistres, les actuaires, les dirigeants et même en externe on a les commissaires contrôleurs. Les résultats de la dernière partie montrent que l'impact de la méthode de provisionnement dans le calcul de l'exigence de marge minimale telle que définie par le code des assurances semble être limité. Par contre le réel impact semble se trouver dans la marge constituée.

Ainsi donc une société au lieu de calculer son exigence de marge devrait à chaque fois le faire accompagner de sa marge constituée afin de mieux évaluer son taux de couverture.

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages

- **Arthur Charpentier, Christophe Dutang**, *Actuariat avec R*.
- **DENUIT M. CHARPENTIER A. [2005]** *Mathématiques de l'assurance non vie - Tome 2, Tarification et provisionnement, Economica*
- **Gerhard Quarg and Thomas Mack**, *Munich Chain Ladder : A Reserving Method that Reduces the Gap between IBNR Projections Based on Paid Losses and IBNR Projections Based on Incurred Losses*.
- **Christian Partrat**, *provisionnement technique en assurance non-vie : perspectives actuarielles modernes, edition economica, 2007*

Publication

- Code des assurances de la zone CIMA.

Support de cours

- **Djagana Ouattara**, *Provisionnement non vie, IIA-ISFA 2020*.

Mémoires

- **Beneteau G. (2004)**, *Modèle de provisionnement sur données détaillées en assurance non-vie, mémoire ENSAE promotion 2004*.
- **Pham Quang Hung**, *provisionnement en assurance non-vie, mémoire ISFA promotion 2006*.
- **Selma Jahiri (2011)**, *méthodes de provisionnement non-vie et risque de réserve a un an, mémoire ISFA promotion 2011*.
- **Joachim Lemaire**, *impact sur la méthode de provisionnement en norme actuelle et solvabilité II*

ANNEXE

Montrons que l'estimateur de Mack est sans biais.

$$\forall i \leq j \leq n-2,$$

$$\begin{aligned} E[S_j^2/T_j] &= E\left[\frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{ij} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \lambda_j\right)^2 / T_j\right] \\ &= \frac{1}{n-j-1} \left(\sum_{i=1}^{n-j} \frac{E[C_{i,j+1}^2/T_j]}{C_{i,j}} - 2E\left[\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1} \hat{\lambda}_j / T_j\right] + E\left[\left(\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \hat{\lambda}_j^2 / T_j\right)\right] \right) \\ &= \frac{1}{n-j-1} \left(\sum_{i=1}^{n-j} \frac{E[C_{i,j+1}^2/T_j]}{C_{i,j}} - 2E\left[\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \hat{\lambda}_j^2 / T_j\right] + E\left[\left(\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \hat{\lambda}_j^2 / T_j\right)\right] \right) \\ &= \frac{1}{n-j-1} \left(\sum_{i=1}^{n-j} \frac{E[C_{i,j+1}^2/T_j]}{C_{i,j}} - E\left[\left(\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \hat{\lambda}_j^2 / T_j\right)\right] \right) \end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned} Var[\hat{\lambda}_j/T_j] &= Var\left[\frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} / T_j\right] \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{n-j} Var[C_{i,j+1}/T_j]}{(\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j})^2} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \sigma_j^2}{(\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j})^2} \\ &= \frac{\sigma_j^2}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \end{aligned}$$

Puis,

$$\begin{aligned} E[S_j^2/T_j] &= \frac{1}{n-j-1} \left(\sum_{i=1}^{n-j} \frac{C_{i,j} \sigma_j^2 + C_{i,j}^2 \lambda_j^2}{C_{i,j}} - \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left(\frac{\sigma_j^2}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} + \lambda_j^2 \right) \right) \\ &= \sigma_j^2 \end{aligned}$$

On obtient en composant par l'espérance

$$E[S_j^2] = E(E[S_j^2/T_j]) = \sigma_j^2.$$